Chapitre 8

La communication en mathématiques au cycle supérieur

Plan du chapitre

1. Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre 7, au cycle intermédiaire, le dépassement de la perception et l'importance d'un symbolisme mathématique de plus en plus abstrait marquent en grande partie la nouveauté des apprentissages. La continuité entre le programme-cadre du cycle intermédiaire et celui du cycle supérieur fait en sorte qu'il en va de même au cycle supérieur, mais à un niveau de complexité encore plus grand. Par conséquent, il ne s'agit pas, au cycle supérieur, d'abandonner la perception et le concret, mais d'atteindre des niveaux de raisonnement qui intègrent le concret et le visuel tout en s'appuyant sur les caractéristiques propres des objets mathématiques eux-mêmes.

Il faut avoir présent à l'esprit qu'au cycle supérieur l'élève parvient à un raffinement et à un approfondissement substantiel des concepts clés qui ont commencé à être étudiés au cycle précédent. Par exemple, les fonctions et les représentations graphiques qui ont fait partie du domaine des relations au cycle intermédiaire ainsi que le symbolisme algébrique, introduit peu à peu depuis la 7e année, sont repris au cycle supérieur, mais dans des contextes plus spécialisés (application aux finances, mathématisation du réel, etc.). Au moyen de concepts mathématiques relativement puissants (fonctions logarithmiques, exponentielles, dérivées, etc.), l'élève est amené à bien assimiler le processus de mathématisation du réel.

Or, la mathématisation du réel et l'application des mathématiques à des situations variées (p. ex., au commerce, à la vie de tous les jours) passent par la production de raisonnements et d'arguments mathématiques à un niveau de généralité plus abstrait qu'au cycle intermédiaire. C'est dans ce contexte général que la communication apparaît comme un terrain propice pour arriver à développer, chez les élèves, les habiletés de raisonnement et d'argumentation mathématiques propres au cycle supérieur. Par exemple, la recherche d'arguments mathématiques visant un niveau de certitude plus élevé et l'utilisation critique et réfléchie d'outils technologiques au cours de l'activité discursive seront quelques-uns des objectifs de la communication au cycle supérieur.

Le but de ce chapitre est de déterminer un certain nombre d'objectifs que l'on peut poursuivre en salle de classe en vue de développer la compétence Communication au cycle supérieur, telle qu'elle est décrite dans le *Programme-cadre de mathématiques*. Le chapitre vise également à suggérer quelques repères pédagogiques qui favorisent la communication en salle de classe. Ces points seront abordés dans les deux sections qui suivent. Ensuite, nous donnerons un exemple. Le chapitre se termine par un certain nombre de pistes concrètes d'intervention pédagogique.

2. Quelques objectifs clés de la communication au cycle supérieur

En continuité avec les objectifs du cycle intermédiaire, à la fin du cycle supérieur, l'élève doit pouvoir :

1. utiliser les conventions mathématiques qui correspondent au cycle supérieur;
2. écouter les propos mathématiques de ses pairs;
3. interpréter les arguments mathématiques de ses pairs;

4. évaluer de façon critique les arguments des autres;
5. exprimer des arguments mathématiques appropriés à la situation mathématique en question en utilisant des concepts et des représentations symboliques convenables;
6. présenter des justifications mathématiques aux arguments qu'il ou elle avance en utilisant, au besoin, la collecte des données et la technologie;
7. améliorer la connaissance de ce qu'est un argument exact, clair et suffisant;
8. organiser avec logique et efficacité la présentation d'un résultat d'une activité mathématique[36].

La section ci-dessous donne quelques pistes concrètes d'actions pédagogiques pour améliorer le développement de la compétence Communication chez l'élève du cycle supérieur.

3. Mise en place et gestion de la communication au cycle supérieur

Quand on vise la compétence Communication, il faut s'assurer, comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises, que la communication est considérée tant dans sa dimension orale qu'écrite. On ne peut pas limiter la communication à la production écrite de la solution à un problème. Bien qu'une telle démarche puisse nous renseigner sur certains aspects de la communication (clarté du message, utilisation de symboles mathématiques, etc.), elle ne nous renseigne guère sur l'interprétation que fait l'élève des arguments des autres, de son engagement au dialogue, etc.

Pour s'assurer que les dimensions orale et écrite de la communication sont exploitées de façon convenable en salle de classe, on a intérêt à bien choisir :

– la stratégie pédagogique et

– l'activité mathématique sur laquelle les élèves vont travailler.

Mentionnons certains éléments concernant chacun de ces choix.

Choix de la stratégie pédagogique

Il y a plusieurs stratégies pédagogiques possibles. Une des stratégies que nous prônons, c'est d'avoir recours à une activité pendant laquelle les élèves sont amenés à travailler en petits groupes, puis à échanger avec d'autres groupes ou avec toute la classe. Cette stratégie favorise la production et l'échange d'idées en utilisant la dimension orale et écrite. De façon plus spécifique, on peut penser à une activité de salle de classe qui se base sur les étapes suivantes :

1. Présentation par l'enseignante ou l'enseignant de l'activité mathématique à faire.
2. En petits groupes, travail ayant pour but la discussion et l'obtention de résultats qui doivent être soigneusement justifiés, à l'aide d'arguments mathématiques convaincants.
3. Échange entre les groupes des résultats obtenus et des justifications fournies. Étude des solutions et des arguments fournis par les autres groupes.

---

36 Au chapitre 2, on trouvera la correspondance exacte entre ces objectifs et les critères de la compétence Communication.

4. Rencontre entre les groupes qui ont échangé leurs solutions, afin de discuter les points forts et les point faibles des solutions et de leurs arguments.

5. Retour au travail en petits groupes pour reformuler les solutions et les arguments mathématiques de façon plus raffinée, en tenant compte de la discussion avec les autres groupes.

6. Discussion des résultats obtenus sous la supervision de l'enseignante ou de l'enseignant.

L'architecture pédagogique suggérée par les six points précédents permet d'atteindre les objectifs de la communication énoncés plus haut. Cette architecture doit être comprise de manière souple, c'est-à-dire qu'elle doit être considérée comme un plan ou un schéma général qui peut donner lieu à des variantes. Par exemple, selon le contenu de la leçon, on peut passer de l'étape 2 à l'étape 4; ou bien, on peut, dans certains cas, éliminer l'étape 4, etc.

À l'étape 1, l'enseignante ou l'enseignant fait la mise en situation. L'étape 2 est très importante, car c'est à ce moment-là que les élèves ont l'occasion de discuter entre eux de problèmes mathématiques spécifiques. Nous suggérons de préparer une feuille d'activité ou de route qui devrait être remplie par chaque élève. Au début de cette étape, l'enseignante ou l'enseignant forme les groupes. Il n'y a pas de règle générale qui permette de connaître les critères à suivre pour aboutir à une formation optimale de groupes. Il y a plusieurs possibilités : on peut former les groupes de sorte à avoir des filles et des garçons dans un groupe (critère du genre); on peut former les groupes selon le niveau de rendement des élèves, etc.

Au cours de nos recherches en salle de classe, nous avons noté que, parfois, des groupes formés exclusivement d'élèves à bas rendement mathématique tendent à travailler sur l'activité mathématique pendant de courtes périodes de temps et que le reste du temps est consacré à d'autres discussions sans rapport à l'activité. Ce phénomène est cependant moins présent au cycle supérieur qu'au cycle intermédiaire. La formation de groupes hétérogènes sur le plan de différent rendement scolaire semble être un bon point de départ. L'enseignante ou l'enseignant devra porter une attention particulière sur l'envergure des discussions générées par le groupe (en qualité et en quantité) et faire des ajustements en cours de route.

Il faut également décider de la taille du groupe. Dans des groupes trop nombreux, le travail tend à être fait par certains membres sans participation importante des autres membres du groupe. La taille du groupe dépend de l'activité. Dans tous les cas, la taille du groupe doit être déterminée en fonction de l'activité que les élèves auront à faire.

L'étape 2 se termine par la production, sur papier, de réponses raisonnées et justifiées de la part des élèves. Puisqu'il s'agit d'un travail en groupe, les élèves arrivent en général à un consensus quant aux réponses et à leurs explications mathématiques. Pour cette raison, les réponses inscrites sur les feuilles d'activité (ou feuilles de route) des élèves d'un même groupe se ressemblent. Mais il se peut (comme cela a été le cas dans la leçon que nous analyserons plus loin) qu'un élève n'arrive pas à être convaincu par les autres membres du groupe. Dans ce cas, les élèves écrivent les deux solutions ou explications en indiquant les différences.

L'étape 3 est consacrée à l'échange de feuilles d'activité entre les groupes. L'enseignante ou l'enseignant a ici à sa disposition plusieurs possibilités. Si le groupe est formé de trois élèves (ce qui est en général un bon nombre), ce groupe produit en tout trois feuilles d'activité relativement similaires. Puisque le groupe doit conserver une des feuilles comme point de comparaison pour évaluer les réponses des autres groupes, cela signifie qu'il y a deux feuilles qui sont disponibles pour être échangées avec celles des deux autres groupes. On arrive ici à une configuration triangulaire : les groupes G1, G2 et G3 (par exemple) échangent entre eux leurs feuilles (voir Figure 1). C'est cette configuration que nous avons suivie dans la classe à niveaux multiples de 1re et 2e année (voir le chapitre 5).

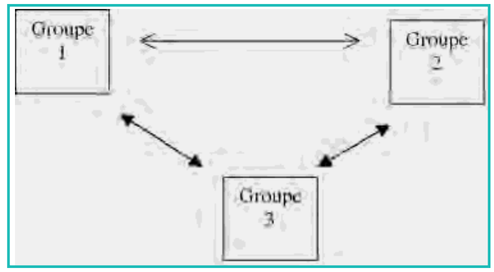


Figure 1. Configuration **triangulaire** qui résulte de l'échange entre trois groupes. Dans cette configuration, les élèves sont amenés à étudier les solutions et les arguments fournis par les deux autres groupes.

Une autre possibilité est de procéder à un échange entre deux groupes seulement. Dans ce cas, deux copies de la feuille d'activité restent dans le groupe et la troisième copie est échangée avec un autre groupe (voir Figure 2). Cette configuration a été utilisée avec les classes de 5e et 7e année (voir les chapitres 6 et 7).

Figure 2. Configuration à deux groupes. Chaque groupe étudie les réponses de son groupe homologue.

L'étape 4 donne l'occasion aux groupes de se rencontrer pour discuter des différences. Cette étape s'avère dans la pratique très intéressante, car les élèves peuvent étudier ou considérer d'autres points de vue et prendre conscience des interprétations que d'autres élèves font de ce qu'ils ont écrit.

L'étape 5 vise à ce que les élèves améliorent leurs arguments et leur raisonnement. Les élèves retournent au travail initial en petits groupes.

L'étape 6 permet de comparer les solutions et les raisonnements de tous les groupes.

Indépendamment de la configuration choisie, la modalité du travail en classe apparaît, dans l'approche pédagogique que nous prônons, comme une série de couches de *zones proximales de développement* (voir le chapitre 3 pour la définition du concept). À chaque étape, en effet, l'élève apprend quelque chose de nouveau par rapport à l'étape précédente.

Il est évident que l'enseignante ou l'enseignant joue un rôle crucial tout le long de ces étapes. Outre la tâche délicate de décider de la formation des groupes, elle ou il doit constamment surveiller le travail des élèves, aller de groupe en groupe, poser des questions pour orienter la discussion dans une certaine direction, donner des conseils, etc. L'enseignante ou l'enseignant joue également un rôle important dans le choix et l'élaboration de l'activité.

Choix de l'activité mathématique

De la même manière qu'il y a des conditions pour promouvoir une organisation adéquate du travail en salle de classe, il y a des conditions à respecter quant au choix de l'activité mathématique. L'activité doit être assez riche et complexe pour justifier le travail en groupe et la discussion.

Dans la pratique, une activité riche qui vise à fournir aux élèves l'occasion d'améliorer la compétence Communication permettra également d'inclure d'autres compétences telles que la compétence « connaissance et compréhension » et la compétence « réflexion, recherche et résolution de problèmes ».

Donc, même si, de prime abord, la mise en place d'une modalité de travail en groupe peut sembler prendre trop de temps, une activité mathématique adéquate accompagnée d'un choix pertinent de travail en groupes peut faire appel à plusieurs compétences tout en répondant à des attentes et à des contenus d'apprentissage variés.

Dans la section ci-dessous, nous donnons un exemple précis de leçon, tiré de notre recherche en salle de classe.

4. Un exemple autour de la mathématisation du réel

Brève description de la leçon

Le but de cette leçon, élaborée pour une classe de 12^{e} année préuniversitaire, est d'amener les élèves à explorer la communication, l'utilisation de la technologie et les relations entre plusieurs variables, dans un contexte expérimental mettant l'accent sur l'argumentation. L'activité a été conçue pour permettre aux élèves une mathématisation du réel faisant intervenir des fonctions polynomiales et rationnelles, le concept de dérivée et le taux de variation. L'activité s'est déroulée en trois parties.

Dans la première partie, en travaillant en petits groupes, les élèves ont fait, en petits groupes, une analyse qualitative de l'eau s'écoulant d'un récipient en forme de cône (entonnoir). Cette analyse a permis à chaque groupe d'élèves de générer des hypothèses et des arguments quant à la relation graphique entre certaines variables.

Dans la deuxième partie, les élèves ont comparé leurs hypothèses et leurs arguments à ceux formulés par un autre groupe. Cette comparaison leur a permis de raffiner leurs hypothèses.

Dans la troisième partie, les élèves ont fait une expérience en laboratoire et, à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, ils ont procédé à une mathématisation de l'écoulement de l'eau afin de confirmer ou d'infirmer leurs hypothèses. L'activité s'est terminée par une discussion conjointe des hypothèses formulées et de la signification de la mathématisation faite.

La leçon au complet se trouve dans l'annexe, après le chapitre 10. Mentionnons ici rapidement les domaines, les attentes et les contenus d'apprentissage, tirés du programme-cadre de mathématiques.

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes.

Attente : Déterminer et interpréter les taux de variation de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.

Rubrique : Taux de variation.

Contenus d'apprentissage :

– Poser des problèmes et formuler des hypothèses portant sur des taux de variation dans le domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.

– Calculer et interpréter des taux moyens de variation à partir de différentes représentations (p. ex., équation, tableau de valeurs, représentation graphique) de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et sociales.

– Estimer et interpréter des taux instantanés de variation à partir de différentes représentations (p. ex., équation, tableau de valeurs, représentation graphique) de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et sociales.

– Expliquer, en situation et en général, la différence entre des taux moyens de variation et des taux instantanés de variation.

– Tirer des conclusions à partir de différentes représentations d'une situation pour les taux de variation et les comparer aux hypothèses initiales.

Rubrique : Usage du calcul différentiel

– Déterminer, à l'aide des techniques du calcul différentiel, les caractéristiques d'un modèle pour des situations tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.

– Comparer les caractéristiques d'un modèle mathématique aux caractéristiques des données qu'il représente.

– Rédiger une question reliée à une situation et y répondre en ayant recours à des modèles mathématiques, à l'aide des techniques du calcul différentiel.

– Communiquer ses résultats de façon claire et précise en intégrant efficacement texte et représentations mathématiques.

Les extraits ci-dessous proviennent de l'enregistrement vidéo de la leçon qui s'est déroulée en trois jours. La première et la troisième journée se sont déroulées dans la salle de classe habituelle. La deuxième journée s'est déroulée dans un laboratoire pour faciliter la partie expérimentale.

Le groupe-classe a été divisé en petits groupes de trois élèves. Nous avons filmé trois groupes (les trois mêmes groupes durant les trois jours de la leçon).

Les extraits que nous allons présenter sont organisés selon les quatre critères proposés dans la grille d'évaluation au début du document (chapitre 2) : l'engagement au dialogue, la considération des arguments, l'organisation de la présentation ainsi que la syntaxe et les symboles. Pour faciliter la compréhension, les extraits sont organisés également de façon chronologique.

Lors de l'étape 1, l'enseignant a expliqué l'activité aux élèves. En utilisant un entonnoir conique rempli d'eau colorée en vert, l'enseignant a attiré l'attention des élèves sur certaines variables qui seraient étudiées par la suite. Alors que le cône se vidait, il a souligné le fait que la hauteur de l'eau qui reste dans le cône change au fur et à mesure que le temps passe. Il a également souligné le fait que le volume d'eau dans l'entonnoir ainsi que le rayon du cercle formé par la surface de l'eau changent aussi en fonction du temps (voir Figure 3).

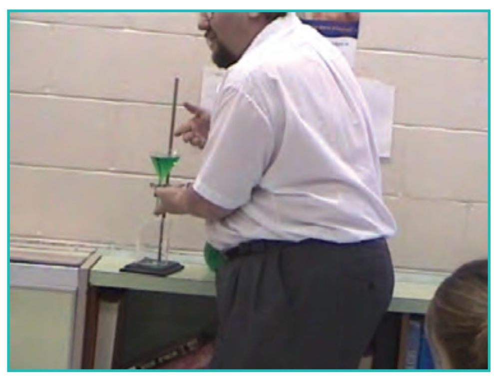


Figure 3. L'enseignant en train d'attirer l'attention des élèves sur les variables à étudier lorsque l'entonnoir en forme de cône se vide à un débit constant.

À l'étape 2, les élèves ont travaillé en petits groupes de trois et ont discuté ensemble afin de déterminer, de façon qualitative, la relation entre la hauteur et le rayon, ainsi que le rayon et le temps, la hauteur et le temps et le volume et le temps. Ils ont ensuite dessiné le graphique de chacune de ces relations.

Engagement au dialogue

L'extrait ci-dessous montre l'engagement au dialogue. Les élèves du groupe 1 discutent de l'allure du graphique de la hauteur en fonction du rayon. Après un moment de réflexion, Édouard dit :

1. **Édouard :** OK, oui! Tant que la hauteur diminue, le rayon diminue!
2. **Sylvain :** C'est ça, le rayon diminue en même temps que la hauteur.
3. **Édouard :** Je ne sais pas si c'est cons… (*il ne finit pas sa phrase et se met à réfléchir*)
4. **Sylvain :** (*Il continue la phrase d'Édouard et dit :*) Bah!… Ça devrait être constant, oui…
5. **Diane :** Bien, c'est uniforme…
6. **Édouard :** Donc, ça serait comme une ligne diagonale qui descend? (*Il fait un geste de la main droite; voir Figure 4.*)
7. **Sylvain :** Oui, une droite…
8. **Diane :** Oui! Parce que les deux diminuent, donc… (*les élèves se mettent à dessiner*)
9. **Sylvain :** Mais si jamais ce n'est pas au même rythme, ce n'est pas une ligne droite.
10. **Édouard :** Bien, oui? (*Sur ces mots, il demande qu'on lui explique encore une fois la question qu'il n'a pas bien entendue, car il dessinait le graphique sur sa feuille.*)
11. **Sylvain :** Si jamais ça ne coule pas au même rythme, ce n'est pas une ligne droite.
12. **Édouard :** Mais tant que la hauteur descend… (*ils réfléchissent pendant quelques secondes*)
13. **Sylvain :** (*En rompant le silence, il dit :*) Ouain!
14. **Diane :** Oui, je pense que c'est une ligne droite parce que c'est comme…
15. **Sylvain :** Parce que le trou est comme pareil, ça fait que ça descend au même rythme de toute façon.
16. **Diane :** Oui!

Figure 4. Sur les photos, on voit Édouard en train de faire un geste de la main pour indiquer une ligne droite qui descend. La droite est dessinée comme sur la troisième photo.

Cet extrait montre la façon par laquelle les élèves s'engagent dans une discussion qui aboutit à un premier résultat : le graphique de la relation entre la hauteur et le rayon est, d'après eux, une ligne droite qui descend. Cette idée sera abandonnée par la suite. Ce qui est important de réaliser ici, c'est la contribution de chaque élève à la formation d'une idée. À la ligne 1, Édouard propose une première formulation qui utilise le verbe *diminuer*. Cette formulation s'inspire naturellement de ce que les élèves ont matériellement vu lors de la démonstration faite par l'enseignant : le fait que le rayon et la hauteur ont diminué. À la ligne 2, Sylvain propose une reformulation de l'idée d'Édouard. La reformulation, dans ses propres mots, d'une idée avancée par quelqu'un d'autre est une stratégie discursive souvent utilisée par les élèves. Elle fait partie du répertoire d'objectivation du savoir. Elle est importante en ce sens qu'elle sert à recréer pour soi-même l'idée en question[37]. Il reste à préciser davantage la façon dont les variables diminuent. Édouard montre son hésitation à la ligne 3. Sylvain et Diane proposent une solution aux lignes 4 et 5. Mais, puisque la formulation est encore vague, Édouard la précise davantage en s'appuyant sur les propos de ses pairs. Édouard n'est pas certain; il formule donc cette proposition en émergence sous forme de question (ligne 6). Les gestes montrés à la figure 4 viennent appuyer la production du sens[38]. Ses collègues approuvent l'idée aux lignes 7 et 8. Vient ensuite une question importante soulevée par Sylvain : celle du rythme auquel diminuent les variables. En plus de remettre en question l'idée selon laquelle la relation entre les variables est une droite qui descend, cette remarque soulève une question qui ajoute une tension conceptuelle à la discussion. En parlant de « rythme », la question inclut maintenant la variable temps. On peut donc voir de plusieurs façons les variables « hauteur » et « rayon » : en tant que relation entre elles-mêmes ou en tant que relation que chacune d'elles entretient avec le temps. C'est Sylvain qui propose la solution à la ligne 15.

Comme on peut le constater, ce dialogue est très riche. Il montre non seulement l'engagement des élèves au dialogue, mais la façon dont chacun donne suite aux propos des autres. Du point de vue conceptuel, ce dialogue montre également que la première solution proposée par les élèves trouve son ancrage dans l'activité perceptive : le graphique traduit ce que les élèves ont *vu* lors de la démonstration faite par l'enseignant plutôt que la relation mathématique entre les variables.

Considération des arguments et syntaxe

Les élèves se rendent compte que leur graphique n'est pas bon. C'est Édouard qui s'en rend compte le premier en faisant une interprétation de leur propre graphique. En lisant le graphique le long de l'axe horizontal (où se trouve placée la hauteur), il s'aperçoit que, selon le graphique dessiné, on devrait déduire que, si la hauteur augmente, le rayon diminue.

1. **Édouard :** Mais là, on dit que tant que la hauteur augmente… […] Donc, ça ne serait pas une ligne…
2. **Sylvain :** (*Qui se rend compte de la contradiction, rit et dit :*) Attends une minute!
3. **Diane :** Ça serait, euh… (*les élèves réfléchissent pendant quelques secondes*)

---

37 D'autres exemples sont discutés dans l'article suivant : L. Radford. (2000). "Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis". *Educational Studies in Mathematics*, vol. 42, p. 237-268. Voir en particulier p. 251. Une version en ligne se trouve à cette adresse : http://www.laurentian.ca/educ/lradford/.

38 Dans d'autres travaux, nous avons mis en évidence le rôle que jouent les gestes en tant que producteurs de sens. Voir par exemple L. Radford, S. Demers, J. Guzmán and M. Cerulli. (2003). "Calculators, graphs, gestures, and the production of meaning". In N. Pateman, B. Dougherty and J. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME27 –PMENA25), Vol. 4, p. 55-62. Une version en ligne se trouve à cette adresse : http://www.laurentian.ca/educ/lradford/.

4. Édouard : Ça serait de cette façon (*il dessine une droite passant par zéro et ayant une pente positive; voir Figure 5*), parce que tant que la hauteur diminue, le rayon diminue aussi. Si la hauteur augmente, le rayon augmente aussi… comme… donc c'est de cette façon… (*il montre son dessin*)

La discussion continue et Sylvain n'est pas tout à fait convaincu. L'enseignant passe voir le travail du groupe et Sylvain lui fait part de son désaccord.

5. Enseignant : Tu peux écrire pourquoi tu n'es pas d'accord [avec ton groupe]. Mais pourquoi tu n'es pas d'accord, Sylvain? Je t'écoute.

6. Sylvain : (*en se référant au graphique de la figure 5*) Parce que la hauteur augmente, elle ne diminue pas… bien… selon ce graphique-là… Mais le problème, si on le fait dans l'autre sens (*c'est-à-dire si on utilise la droite de la figure 4*), c'est que la hauteur au début est zéro.

7. Édouard : Bien, non! Toi, tu penses que ce n'est pas en fonction du temps. C'est en fonction… (*interrompu par Sylvain*)

8. Sylvain : Ouain, je le sais! (*en se référant à l'expérience*) Mais la hauteur a diminué quand le cône s'est vidé… (*il est interrompu par Édouard*)

9. Édouard : Mais c'est juste un rapport entre deux variables, c'est… ça ne dit pas le progrès de… (*interrompu par Sylvain*)

10. Sylvain : C'est vrai, mais ça ne représente pas la situation. (*Il veut dire la situation concrète telle qu'ils l'ont vue lors de l'expérience*.)

11. Édouard : OK, bien non!

12. Sylvain : C'est ça qu'il faut, il faut représenter la situation! […]

13. Édouard : Bien, oui… ça… je veux dire, si la hauteur était à un certain niveau, le rayon… (*interrompu par Sylvain*)

14. Sylvain : Oui, au début le rayon n'était pas zéro, puis la hauteur [n'était pas] zéro!

15. Édouard : Mais non! (*En signalant avec son crayon le point (0, 0) du système cartésien, il dit :*) Ça, ce n'est pas le début, c'est juste la hauteur quand… à la fin, quand c'est tout parti, la hauteur est zéro puis le rayon est zéro (voir Figure 5).

16. Sylvain : Oui, c'est vrai.

17. Édouard : Oui, comme les valeurs sont bien. Si c'était en fonction du temps, bien là, ça serait différent… (*interrompu par Sylvain*)

18. Sylvain : Oui, OK! Je sais ce que tu veux dire […]

19. Édouard : (*en continuant son explication*) Comme ça (*le graphique de la figure 5*) ne décrit pas le progrès de la réaction.

20. Sylvain : […] Oui, alors je pense que c'est correct […]

21. ÉDOUARD : Je comprends, comme… on voit ça (*le graphique de la figure 5*), puis on dit, bien, la hauteur a monté mais je veux dire, c'est juste un rapport entre les deux variables.

22. SYLVAIN : Oui! (*Petite pause – ils écrivent sur leur feuille.*)

23. ÉDOUARD : La hauteur augmente, le rayon augmente.

24. SYLVAIN : OK!

25. DIANE : OK!

On observe ici un phénomène similaire à celui observé dans la classe de 7e année. Il y a une tension entre ce qu'on voit et ce qu'on représente. Il s'agit à nouveau du dépassement du domaine perceptif et de l'inscription de l'expérience mathématique dans un langage symbolique (ici graphique) très complexe. Pour Sylvain, le graphique de la figure 5 soulève un problème clair : un graphique cartésien repose sur une syntaxe d'après laquelle les valeurs que prennent les variables s'organisent selon une certaine direction; cette organisation suggère une lecture qui consiste à considérer les variables des valeurs plus petites aux valeurs plus grandes. En prenant cette convention syntaxique au pied de la lettre, ce graphique dit que la hauteur augmente, alors qu'en réalité elle a diminué au cours de l'expérience (voir ligne 6). L'intervention d'Édouard à la ligne suivante ne permet pas encore de résoudre la situation : c'est ce qu'on apprend en lisant la ligne 8. Ce sont les propos de la ligne 9 qui commencent à rendre la situation plus claire pour Sylvain. La discussion tourne alors autour de ce que représente le graphique et autour de ce qu'on doit représenter. À la fin, un consensus est obtenu. On peut constater l'engagement de tous les membres, chacune des idées entraînant une réflexion et une réaction de chacun des intervenants. Les propos aident chacun à approfondir sa compréhension et son analyse de la situation, et à la représenter selon la syntaxe qui gouverne un système cartésien.

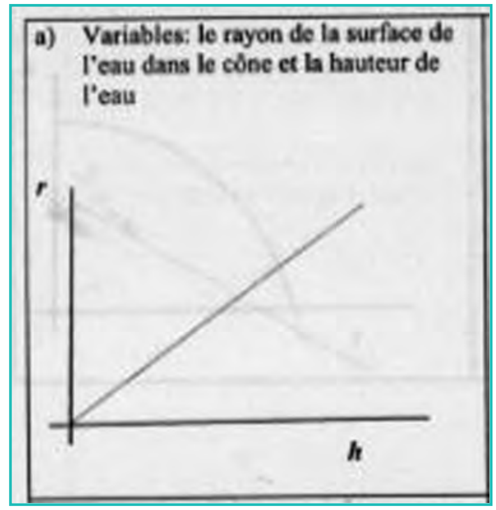


Figure 5. Au haut, le nouveau graphique. Au bas, Édouard montre le point (0,0) du système cartésien et dit que ce point ne représente pas le début de l'expérience (voir ligne 31).

On pourrait dire que le gagnant de cet échange est Sylvain, car il a été amené à raffiner sa compréhension de la représentation mathématique du phénomène. Mais c'est faux. Édouard et Diane ont été constamment amenés à réfléchir sur leurs propres idées après les questions de Sylvain. Ce serait plus juste de dire que les trois élèves ont tiré profit de l'échange d'idées.

Donner suite aux propos des autres : l'intervention de l'enseignant

L'étude de la hauteur et du temps a posé quelques difficultés aux élèves. L'extrait ci-dessous montre comment l'enseignant est intervenu afin de sortir les élèves de l'impasse dans laquelle ils se trouvaient. Les élèves avaient abouti, à tort, à une relation linéaire entre le temps et le rayon; puisqu'ils avaient trouvé une relation linéaire entre le rayon et la hauteur, ils en avaient déduit une relation linéaire entre la hauteur et le temps.

1. **Enseignant :** Ce que tu prédis demain, c'est qu'à chaque intervalle régulier le rayon va changer de la même hauteur… constamment?
2. **Diane :** Oui!
3. **Sylvain :** Oui! […]
4. **Édouard :** Bien, la hauteur à la fin, ça va plus vite, comme…
5. **Enseignant :** Ah bien! Je n'ai pas vu sur le graphique qu'on dise ça. Vous avez fait des lignes droites! (*en s'adressant à Édouard*) Mais tu viens de mettre en jeu un autre concept, puis ça ne va pas avec ton graphique hauteur/temps. Il y a quelque chose qui… il faut que tu considères là… Ce sont de bonnes observations… Veux-tu revoir ton graphique encore une fois?
6. **Sylvain :** Parce que c'est plus petit en bas, ça fait que même si ça (*l'entonnoir*) se vide à la même vitesse, ça (*la hauteur*) descend plus rapidement.

Le terme clé est celui de *changement de hauteur par intervalle régulier de temps*, c'est-à-dire taux de variation. En introduisant dans la discussion le concept de taux de variation, l'enseignant indique aux élèves une piste pour comprendre le phénomène en question. Comme on le verra plus loin, les élèves donnent suite aux propos de l'enseignant. Pour l'instant, ce qui convient de remarquer ici, c'est que l'introduction de ce concept clé, dans la discussion des élèves, correspondait bien à un défi que l'enseignant a relevé avec succès. L'enseignant pouvait attendre et voir si les élèves prenaient conscience du fait que le changement n'est pas constant ou il pouvait suggérer aux élèves cette piste de façon plus ou moins explicite. L'activité était entrée dans sa vingtième minute et il fallait répondre à d'autres questions; de plus, selon les plans de la leçon, les groupes devaient encore échanger leurs réponses, puis se rencontrer pour en discuter. L'enseignant a donc pris la décision de suggérer une piste de réflexion. La suggestion de l'enseignant a porté fruits, et les élèves ont produit les graphiques que l'on trouve à la figure 6.

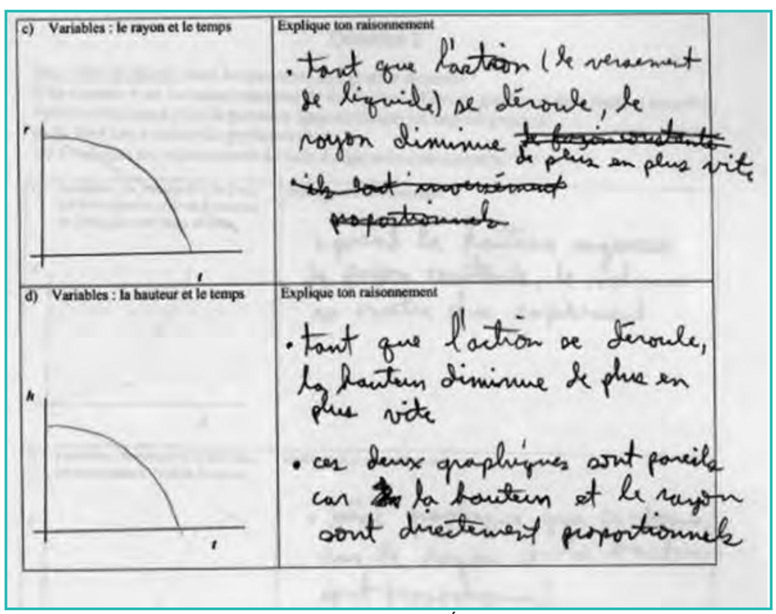


Figure 6. Réponses du groupe 1 (feuille d'Édouard).

L'idée de l'enseignant (celle du taux de variation) est reprise par la suite au moment de l'étude de la relation entre le volume et la hauteur.

7. Édouard : Un certain volume, une certaine hauteur ensuite… le volume diminue, mais est-ce que ça… ? Je ne pense pas que c'est proportionnel.

8. Diane : Non?

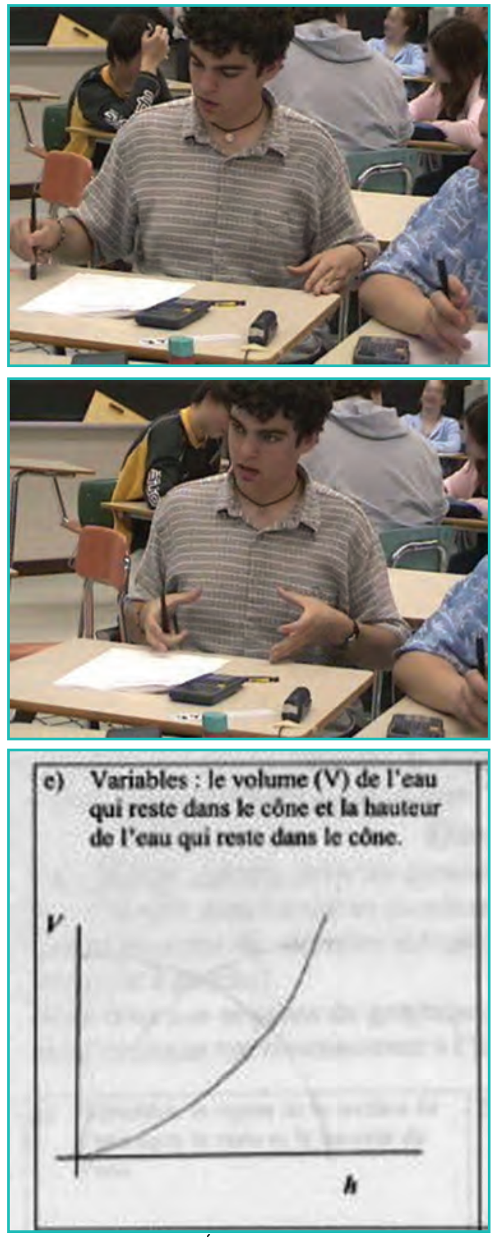


Figure 7. Au haut, Édouard déplace son crayon verticalement pour simuler la hauteur qui augmente; au centre, il fait un geste qui signifie l'augmentation du volume lorsque la hauteur augmente; au bas, le graphique proposé.

9. Édouard : (*Après réflexion, il continue son explication.*) Parce que si tu ajoutes… pour une unité de hauteur (*Il fait un geste du crayon pour indiquer que la hauteur monte; le mouvement du crayon, qui va verticalement du bas vers le haut, simule la hauteur du cône en train de monter; voir Figure 7, photo 1.*) et bien ça augmente assez le volume, comme… il y en a plus et plus qui sont ajoutés chaque fois. (*Il fait un geste des deux mains pour simuler un volume qui augmente; voir Figure 7, photo 2.*)

10. Diane : OK, en comparaison avec… (*interrompue par Édouard qui continue sa réflexion*)

11. Édouard : (*Il parle lentement et, en parlant, il s'adresse tant à lui-même qu'aux autres.*) La hauteur va diminuer, mais… le cercle devient plus grand. Alors le volume devient beaucoup plus grand aussi.

12. Diane : OK! Donc, ça ne serait pas proportionnel?

13. Édouard : Ça serait courbé… tant que la hauteur diminue, le volume diminue aussi, mais le volume va diminuer plus rapidement.

14. Sylvain : Ça ne serait pas droit d'abord?

15. Diane : (*Qui a bien compris l'argument d'Édouard dit :*) Non!

16. Édouard : Uh! (*Édouard prend le crayon et fait une courbe. Il fait d'abord une courbe concave, puis il l'efface et fait une courbe convexe; voir Figure 7, photo 3.*) […]

17. Diane : (*en regardant le graphique*) Oui… mais ça, ça ne veut pas dire que la hauteur a commencé à zéro, puis elle a augmenté?

18. Édouard : Uh! […]

19. Sylvain : Non, on n'entre pas le temps là-dedans […]

20. Édouard : (*Il fait une synthèse en vérifiant en même temps la validité de l'argument.*) Tu as une hauteur, tu as un volume. Ensuite, tant que ça (*la hauteur*) descend, le volume va diminuer de plus en plus, puis… comme à la fin, tu n'as pas de volume, puis tu n'as pas de hauteur, donc ça va de plus en plus vite vers la fin parce que le volume… (*interrompu par Diane*)

21. Diane : Donc, ça commence là? (*Elle veut dire le point (0, 0).*)

22. Édouard : Uh, hun! Il ne faut pas penser au temps encore, c'est juste… (*interrompu par Diane*)

23. Diane : Oui, OK!

Édouard mène ici une série de réflexions à voix haute. On pourrait dire qu'il s'agit d'énonciations où pensée et langage se recoupent et finissent par former un seul tout. En parlant à voix haute, Édouard peut s'entendre et remettre aux jugements des autres ses propres propos qui sont remis en question (ligne 8), reformulés (ligne 12) et affirmés (ligne 19) par ses pairs.

À l'étape suivante de la leçon, le groupe 1 a échangé ses réponses avec le groupe 3. Les membres du groupe 3 n'ont pas réussi à établir un consensus. Les deux solutions proposées ont été inscrites sur la feuille d'activité. Dans une des solutions, les graphiques concernant les graphiques a) à g) étaient linéaires. Dans l'autre solution, les graphiques c et d étaient des courbes (on disait « parabolique » même si, sur le dessin, le graphique avait une allure plus ou moins hyperbolique; voir Figure 8).

En lisant les réponses du groupe 3, les élèves du groupe 1 ont donc pris connaissance des deux solutions. Ils ont noté que les réponses a et b étaient similaires, mais que celles aux questions c) et d) ne l'étaient pas. Voici un extrait de leurs réactions aux graphiques c et d.

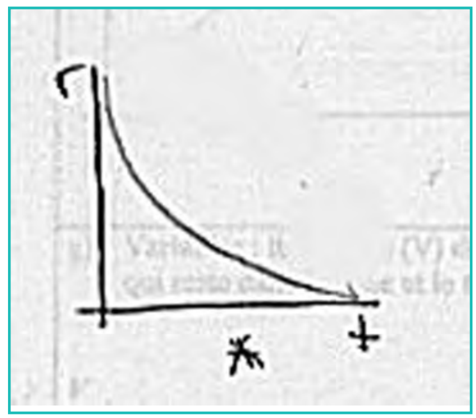


Figure 8. Graphique « parabolique » de la relation rayon/temps proposé par le groupe 3. Un graphique similaire a été proposé pour la relation hauteur/temps.

1. Sylvain : Bien, ça, ce n'est pas ce que nous avons écrit, en tout cas. Comme le graphique…

2. Diane : (*en interprétant le graphique de Nicole*) Bien, c'est parce que ça démontre que… si le rayon… (*interrompue par Édouard*)

3. Édouard : Ça, ça veut dire que le rayon diminue plus lentement.

4. Sylvain : À la fin.

5. Édouard : Ça dit que comme… (*interrompu par Sylvain*)

6. Sylvain : (*En interprétant le caractère asymptotique du rayon lorsque t augmente, il dit :*) Ce n'est pas vrai, parce que [leur graphique dit que] plus le temps augmente… plus lentement le rayon diminue.

7. Édouard : Donc, fais une note de ça.

Diane écrit sur la page de l'autre groupe la note suivante : « Le graphique indique que le rayon diminue plus lentement vers la fin, mais ce n'est pas le cas, sa vitesse augmente ». Et elle ajoute un graphique semblable au leur (voir Figure 6, question c ci-dessus).

Entre-temps, le groupe 3 examinait attentivement les graphiques du groupe 1. Au début, l'interprétation que font les élèves des deux graphiques est que les graphiques expriment la même chose, c'est-à-dire qu'il y a une diminution du rayon au fur et à mesure que le temps s'écoule. Cela est vrai, mais, comme l'enseignant le suggère, cette diminution n'est pas exprimée de la même façon sur chaque graphique. Voici un extrait du dialogue :

1. **TANYA :** (*Elle voit la feuille du groupe 1 et dit :*) Le rayon diminue à mesure que le temps augmente, et nous autres on avait ça (*elle voit la feuille de son groupe*)… le rayon diminue, à mesure que le temps augmente […]
2. **ROBERT :** C'est ça. Dans les deux cas, ça dit la même chose […]
3. **TANYA :** Les deux [graphiques]… les deux [graphiques] disent la même chose.
4. **NICOLE :** (*en lisant l'explication du groupe 1*) Ils ont exactement le même raisonnement que nous, mais, eux, ils ont ça (*elle indique le graphique du groupe 1*), puis nous autres, on a ça. (*elle indique le graphique du groupe 3*) Mais quand tu y penses, ça donne vraiment [la même chose]…
5. **ENSEIGNANT :** Mais il y a une différence dans les deux! (*interrompu par Robert*)
6. **ROBERT :** Oui! Il y a une différence. Il y en a un qui est concave vers le haut puis un vers le bas. C'est ça la différence! […]
7. **ENSEIGNANT :** Je sais que le rayon diminue à mesure que le temps augmente, mais de quelle façon diminue-t-il?
8. **NICOLE :** Avec un rythme… qu'on n'a pas calculé donc… (*interrompue par Robert*)
9. **ROBERT :** Ah, il y en a un qui est plus rapide que l'autre, non?
10. **ENSEIGNANT :** Bien… ça peut-être ça…!

Les élèves du groupe 3 continuent à discuter des différences sans arriver vraiment à pouvoir les saisir. L'enseignant n'a pas fourni d'aide plus précise. Sachant que les groupes allaient se rencontrer quelques minutes plus tard, il a préféré laisser la suite de la discussion pour plus tard et voir si le groupe 1 arriverait à convaincre le groupe 3.

Comme il a été prévu, la leçon a continué avec la rencontre des groupes. Le groupe 1 se déplace pour aller rencontrer le groupe 3.

1. **NICOLE :** OK, moi, je dis qu'il ne peut pas aller plus vite parce que le trou est pareil, il ne change pas, il peut seulement laisser un *montant* (une quantité) de volume passer. (*en parlant, elle montre le trou de l'entonnoir; voir Figure 9, photo 1*) C'est le même volume tout le temps, donc la vitesse n'augmente pas. Parce que le trou ne peut pas laisser passer plus… la vitesse du liquide qui passe par le trou… […]

2. ÉDOUARD : (*Après une pause de réflexion, il dit :*) Le temps se déroule, qu'est-ce qui arrive au rayon?

3. NICOLE : (*en répondant rapidement*) Le rayon diminue.

4. ROBERT : Le rayon, oui le rayon diminue…

5. ÉDOUARD : OK, on sait ça, mais est-ce que ça diminue de façon… constante ou…?

6. ROBERT : Mais… si ça (*le liquide*) sort de façon constante, il faut que… (*Il réfléchit; ensuite il considère de façon hypothétique l'autre possibilité et dit :*) Si ça sort plus vite, le rayon va diminuer plus rapidement, ça prend moins de temps!

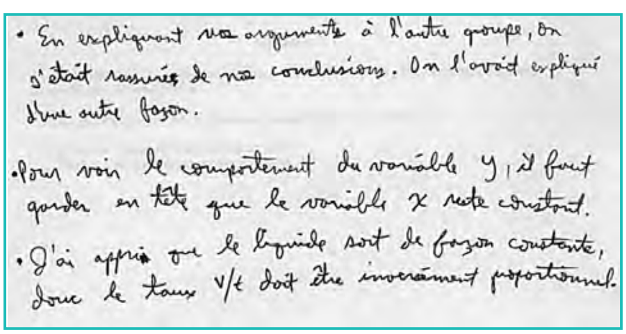
7. SYLVAIN : (*Il intervient en montrant sur l'entonnoir le volume de l'eau.*) Le volume diminue au même rythme, mais s'il y a beaucoup moins d'espace… (*voir Figure 9, photo 2*) Parce que le volume sort toujours au même rythme, mais en bas, ici (*il montre la partie basse du cône*), il y a moins de volume…

8. NICOLE : Donc, eux autres ont raison… Ils ont raison ici… (*longue pause pendant que les élèves du groupe 3 réfléchissent*)

Figure 9. Au haut, Nicole montre le trou en expliquant que le volume sort à un débit constant. Au centre, Sylvain attire l'attention sur le volume d'eau en indiquant la forme du volume à la fin du cône. Au bas, les élèves mettent de l'eau dans le cône et observent le phénomène pour vérifier leurs conclusions.

Les effets de la rencontre de groupes sur l'apprentissage des élèves

Après l'échange, les groupes ont regagné leur place. Après l'analyse des réponses fournies par l'autre groupe et après la discussion, chaque élève pouvait réécrire les arguments et les idées afin d'améliorer les arguments avancés précédemment.



• En expliquant nos arguments à l'autre groupe, on s'était rassurés de nos conclusions. On l'avait expliqué d'une autre façon.

• Pour voir le comportement du variable y, il faut garder en tête que le variable x reste constant.

• J'ai appris que le liquide sort de façon constante, donc le taux V/t doit être inversement proportionnel.

Figure 10. Commentaires et réélaboration des arguments d'Édouard après la rencontre de groupes.

Tous les groupes ont trouvé la discussion profitable. Les raisons varient. Édouard en donne trois. Les voici :

La première raison a trait au fait que, en ayant l'occasion d'expliquer ses raisonnements à l'autre groupe, il prend davantage d'assurance dans les arguments qu'il avance.

La troisième raison semble être aussi bonne que celles qu'il avait déjà données précédemment. Il avait en effet donné comme argument, en expliquant la relation entre le volume et le temps, relation qu'il avait dessinée comme une droite à pente négative (similaire en allure à la droite montrée dans la figure 4 ci-dessus) : qu'« à mesure que le temps avance, le volume diminue de façon inversement proportionnelle. Le liquide sort de façon constante[39] ».

Il y a néanmoins une différence importante. La distinction entre cause et effet est mieux formulée dans l'argumentation après la rencontre de groupes. En effet, dans la troisième argumentation, ce n'est pas clair si c'est ce qu'il appelle le caractère « inversement proportionnel » qui explique le fait que le liquide sort de façon constante ou l'inverse. Dans la deuxième argumentation, la distinction est faite de manière explicite.

La deuxième raison reflète encore la dimension purement physique de l'expérience et les hypothèses qu'on fait lorsqu'on la conceptualise. La deuxième raison se rapporte à l'idée d'une progression de l'expérience dans le temps et l'idéalité qui sous-tend la mathématisation faite. Cette raison vient empêcher des actions « externes » qui feraient aller l'écoulement de l'entonnoir parfois plus vite, parfois moins vite, etc. Cette raison apparaît liée à l'échange avec l'autre groupe et, en particulier, avec Nicole. Elle réapparaît dans la deuxième argumentation produite par Diane qui, en plus de se sentir plus à l'aise avec les arguments qu'elle et son groupe avaient proposés dans un premier temps, avoue que, « malgré nos discussions, la question concernant le volume et le temps reste toujours un peu floue ». En fait, ce qui reste flou, c'est l'explicitation des conditions idéales qui sous-tendent toute mathématisation du réel. Sylvain, qui apporte toujours une dimension pratique aux discussions, écrit : « En expliquant nos arguments à l'autre groupe, on a gagné de la confiance dans nos arguments. Et puis, le liquide sort toujours au même rythme. Tout se base sur ce point. »

Le fruit de l'échange entre les groupes se voit également dans la réélaboration des arguments donnés par Robert, l'élève du groupe 3.

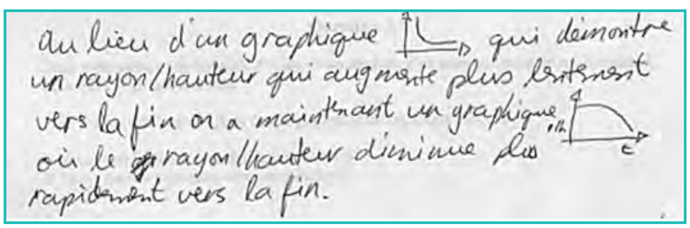

au lieu d'un graphique qui démontre
un rayon/hauteur qui augmente plus lentement
vers la fin on a maintenant un graphique
où le rayon/hauteur diminue plus
rapidement vers la fin.

Figure 11. Extrait des commentaires et de la réélaboration des arguments de Robert après la rencontre de groupes.

5. Survol et synthèse générale de l'exemple

Dans ce chapitre, nous avons suggéré quelques objectifs à cibler pour développer, chez les élèves du secondaire, la compétence Communication. Nous avons mentionné l'importance de bien choisir l'activité et la stratégie pédagogique. À cet effet, nous avons proposé quelques jalons qui ont été illustrés à l'aide d'une leçon portant sur le domaine « Taux de variation et caractéristiques de courbes » et sur certains contenus d'apprentissage tels que la formulation de problèmes et d'hypothèses portant sur le taux de variation. Bien que la leçon se soit étalée sur trois jours, pour des questions d'espace, nous nous sommes limités ici à présenter quelques faits saillants de la première journée.

39 Pour indiquer un taux de variation qui diminue, les élèves utilisent, à tort, l'expression *inversement proportionnel*.

En repensant à la première journée de l'activité, la question que l'on doit se poser est la suivante : En ce qui a trait à la communication et à l'apprentissage, qu'est-ce que les élèves sont parvenus à faire et qu'ils n'auraient pas pu faire si, à la place d'une leçon comme celle-ci, ils avaient suivi un enseignement de type magistral classique?

On peut imaginer la situation traditionnelle dans laquelle l'enseignant formule le problème et dessine lui-même le graphique des relations entre les variables en faisant noter au besoin que le taux de variation augmente ou diminue, etc. Les élèves auraient peut-être suivi la construction des graphiques et les explications, mais ils n'auraient pas eu l'occasion de formuler des hypothèses et de les défendre auprès d'autres élèves. Ils n'auraient pas eu l'occasion d'écouter d'autres types d'arguments qui visent à expliquer un phénomène naturel, de les confronter aux leurs et de contre-argumenter. Ils n'auraient pas eu la possibilité de prendre conscience, comme ils ont pu le faire ici, que le concept de taux de variation est au centre de l'étude de maints phénomènes et que son application repose sur certaines hypothèses qui définissent une situation idéale. Bref, que l'application des mathématiques au réel passe par l'adoption d'un certain nombre de conditions qui font référence à une situation et à un objet idéaux.

L'échange à l'intérieur d'un même groupe puis entre groupes s'est avéré un moment discursif important dans la prise de conscience de la description mathématique de la relation entre les variables à l'étude. On a pu voir comment les conceptualisations étaient présentées, mises à l'étude et même abandonnées dans un processus de raffinement progressif. Le problème cognitif central, à savoir le dépassement du perceptif et l'agencement d'un espace plus grand occupé par un raisonnement basé sur des symboles abstraits – dépassement qui, comme nous l'avons indiqué précédemment, marque une rupture importante par rapport au cycle intermédiaire –, se pose ici à un niveau encore plus complexe. Les premiers graphiques produits par les élèves tentent, en effet, de réconcilier l'aspect perceptif et physique de l'expérience (un niveau d'eau qui diminue) avec les symboles mathématiques (une droite qui descend). Mais les symboles mathématiques, à partir desquels s'exprime et s'objective la pensée, ont une syntaxe propre qu'il faut apprendre à respecter. La façon dont fonctionne un graphique cartésien est loin d'être évidente pour les élèves. On a intérêt à se rappeler ici les difficultés qu'avaient les enfants du jardin et du cycle primaire (chapitres 4 et 5) à comprendre la syntaxe d'un tableau. La situation des élèves du cycle supérieur n'est pas très différente. En étudiant la relation entre la hauteur et le rayon, il faut, comme l'ont mentionné les élèves à plusieurs reprises, ne pas « voir » ou « penser » l'expérience dans sa relation au temps. Il s'agit alors d'exprimer une expérience mathématique à un niveau d'abstraction relativement élevé.

On peut formuler ce problème qui a trait à l'acquisition de la syntaxe mathématique de la façon suivante : l'expérience concrète (ici l'écoulement du liquide dans un entonnoir) se déroule dans le temps et dans l'espace. Elle s'objective (c'est-à-dire, elle devient objet de conscience pour l'élève) à partir de ce que l'élève voit et de l'interprétation de ce que lui donnent les sens à l'aide des catégories conceptuelles inscrites dans la langue (p. ex., « plus vite », « diminution »). Il s'établit ainsi, entre l'élève et l'objet d'étude, ce que nous avons appelé ailleurs une *relation de signification située et contextuelle*[40]. Nous voulons dire par là que l'élève, au moyen de l'activité perceptive, de la langue et des gestes, prend conscience d'un

---

40 L. Radford, S. Demers, J. Guzmán and M. Cerulli. (2004). "The sensual and the conceptual: artefact-mediated kinesthetic actions and semiotic activity. Calculators, graphs, gestures, and the production of meaning". In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME28). Bergen University College Faculty of Education, Norway. Une version en ligne se trouve à l'adresse suivante : http://www.laurentian.ca/educ/lradford/.

phénomène et que cette prise de conscience se fait dans une certaine perspective. Or, la mathématisation du réel se fait dans un langage qui exige un changement de perspective (p. ex., en étudiant la relation entre la hauteur et le rayon, on doit faire comme si le temps n'intervenait pas). La mathématisation exige l'adoption d'autres perspectives. Elle exige l'abandon de la signification située et contextuelle. Ce problème s'est posé aux élèves la deuxième journée. La mathématisation qu'ils faisaient portait-elle sur un cône en particulier ou était-elle valable pour tous les entonnoirs de forme conique? C'est de l'abandon de la signification située et contextuelle que va émerger l'objectivité du discours scientifique et mathématique qui, lui, exige une description du phénomène indépendamment de sa situation et de son contexte. Voilà un des défis majeurs des apprentissages mathématiques du cycle supérieur!

Revenons à l'expérience en salle de classe et arrêtons-nous un instant sur le rôle de l'enseignant. On a vu le rôle important joué par l'enseignant au cours du processus de raffinement des arguments des élèves. Comme nous l'avons indiqué à la fin du chapitre 3, il ne faut pas croire que l'enseignant n'entre en jeu dans la production du savoir des élèves qu'à l'occasion d'interventions verbales avec ces derniers. En effet, il ne faut pas oublier que l'enseignant est omniprésent, du début à la fin de la leçon, car son ombre apparaît dans chacune des questions posées pendant l'activité. Mais une fois la leçon commencée, on ne peut pas prédire la tournure. Tout dépend des interprétations que font les élèves des questions posées, des arguments que les élèves développent, etc. Même une leçon planifiée minutieusement n'est pas à l'abri des imprévus. C'est ici que l'enseignante ou l'enseignant doit faire des choix rapides et judicieux. Le problème, bien sûr, c'est qu'il n'y a pas de formule magique. Nous avons vu que l'enseignant, en discutant avec le groupe 1, a amené les élèves à tenir compte, dans leur raisonnement, du concept du taux de variation. Il a été moins explicite lorsqu'il est allé discuter avec les élèves du groupe 3. Pourquoi? L'enseignant savait que le groupe 3 allait rencontrer le groupe 1 (le choix des groupes qui allaient se rencontrer avait été décidé avant la leçon). Donc, même si le groupe 3 n'arrivait pas à produire des raisonnements et des graphiques acceptables du point de vue mathématique, les élèves de ce groupe allaient pouvoir prendre conscience de ces raisonnements en discutant avec le groupe 1. Voilà un choix subtil! Dans l'enregistrement vidéo de la leçon, on peut voir l'enseignant surveiller de près la discussion de la rencontre entre les groupes 1 et 3. Peut-être que si les groupes n'étaient pas parvenus à une entente, serait-il intervenu? Quoi qu'il en soit, une leçon qui vise à développer la compétence Communication exige une surveillance continuelle de la part de l'enseignante ou de l'enseignant et l'exécution sur-le-champ de choix souvent difficiles.

6. Pistes supplémentaires pour réussir la communication

Apprendre à comprendre l'argument de quelqu'un d'autre

Même au cycle supérieur, les élèves n'écoutent pas forcément attentivement les arguments des autres. L'enseignant qui note que cela est le cas entre deux élèves, disons A et B, peut demander à l'élève A de reformuler l'argument de l'élève B et vice-versa. Cela permet aux élèves de comprendre les formulations qu'ils essaient de réfuter.

Apprendre à réfuter l'argument de l'autre

Lors de la rencontre des groupes, Nicole a commencé par exprimer un argument d'une façon nette. Son argument allait à l'encontre des résultats obtenus par l'autre groupe. Elle a dit :

> OK, moi, je dis qu'il ne peut pas aller plus vite parce que le trou est pareil, il ne change pas, il peut seulement laisser un *montant* (une quantité) de volume passer. (*en parlant, elle montre le trou de l'entonnoir*) C'est le même volume tout le temps, donc la vitesse n'augmente pas. Parce que le trou ne peut pas laisser passer plus… la vitesse du liquide qui passe par le trou… […]

C'est Édouard qui a pris la parole. Mais il n'a pas réfuté l'argument de Nicole. Il a proposé un *autre* argument et a fait de son mieux pour montrer que celui-ci était bon, sinon meilleur que l'autre. Il a dit : « Le temps se déroule, qu'est-ce qui arrive au rayon? » On voit sa stratégie discursive : en attirant l'attention sur le rayon, il ne parle pas du trou et du volume qui passe par cet orifice, etc. Même si son argument finit par convaincre les membres du groupe 3, on pourrait demander à Édouard d'expliquer pourquoi le raisonnement de Nicole n'est pas exact.

Amener l'élève à rendre explicite son opposition

La ligne 5 de la section « Considération des arguments et syntaxe » fournit un exemple concret de la façon dont l'enseignant peut encourager les élèves à s'exprimer en détail. Dans l'intervention mentionnée, l'enseignant a dit :

> « (…) tu peux écrire pourquoi tu n'es pas d'accord [avec ton groupe]. Mais pourquoi que tu n'es pas d'accord, Sylvain? Je t'écoute. »

Voilà une belle façon de faire pour que Sylvain justifie son désaccord!

Utiliser les symboles mathématiques et les objets d'expérimentation pour réfuter un argument

On a constaté que, lors de la rencontre de groupes, les élèves utilisaient peu les graphiques qu'ils voulaient réfuter. On pourrait demander à un groupe d'interpréter le graphique de l'autre groupe en se servant de l'entonnoir. Par exemple, l'enseignante ou l'enseignant peut dire : « Si ce graphique était bon, qu'est-ce qu'il voudrait dire au sujet de la variation du volume (ou de la hauteur, etc.) par rapport au temps? » Il pourrait alors demander qu'on montre sur l'entonnoir la signification du graphique sur les variables en discussion.

Surveiller les discussions

L'enseignante ou l'enseignant doit être vigilant dans ses interventions et doit s'assurer que les élèves discutent librement de mathématiques en l'absence de supervision. Même au cycle supérieur, certains élèves ont tendance à s'éloigner du sujet en parlant notamment d'activités sociales, parascolaires, etc.

Motivation et engagement de l'élève

La motivation et l'engagement de l'élève sont primordiaux pour la réussite d'activités comme celle traitée dans ce chapitre. Au cycle supérieur, l'élève a atteint une certaine maturité intellectuelle. Il est donc plus libre de prendre des décisions le concernant. Et il est d'autant plus à l'aise de participer aux activités que sa contribution est reconnue par le groupe et par l'enseignante ou l'enseignant.

Moyens d'amélioration de l'activité

On pourrait peut-être incorporer une variété de tailles d'entonnoir. On pourrait également envisager l'utilisation des CBR pour déterminer le niveau d'eau. On pourrait même aller jusqu'à une simulation de l'expérience par ordinateur.

7. Pour en savoir plus…

Balacheff, N. (1987). « Processus de preuve et situations de validation ». *Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.

Dreyfus, T., and T. Eisenberg. (1990). "Conceptual calculus: fact or fiction?" *Teaching Mathematics and its Applications*, 9 (2), 63-67.

Grootenboer, P. (2002). "Kids talking about their learning in mathematics". *APMC*, 7 (4), 16-21.

Lavigne, N., and S. Lajoie. (1996, January). "Communicating performance criteria to students through technology". *The Mathematics Teacher*, 89 (1), 66-68.

Sfard, A., P. Nesher, L. Streefland, P. Cobb and J. Mason. (1998, February). "Learning Mathematics through conversation: is it as good as they say?". *For the Learning of Mathematics*, 41-51.