Chapitre 5

La communication en mathématiques au cycle primaire

Plan du chapitre

1. Introduction

Au chapitre précédent, nous avons vu comment de jeunes enfants sont amenés à collaborer entre eux pour résoudre un problème donné à l'intérieur d'une activité mathématique. Des activités comme celle que nous avons vue offrent à l'enfant l'occasion d'apprendre à s'insérer dans la vie sociale de la salle de classe. Ces activités sont aussi d'une extrême importance dans le développement cognitif de l'enfant. En effet, elles orientent son développement dans une direction que celui-ci ne suivrait pas si on laissait l'enfant suivre la direction que lui dicterait sa seule maturation biologique. En d'autres mots, les activités scolaires qu'on propose aux enfants ne font pas seulement augmenter la capacité cognitive de l'élève (p. ex., la capacité d'abstraction) en mettant à sa disposition des zones proximales de développement; ces activités impriment également des directions nouvelles au développement. Le rôle du langage et de la communication dans ce processus a été très bien souligné par Vygotski, qui a dit que : « le langage de l'entourage avec ses significations stables, constantes prédétermine les voies que suit le développement des généralisations chez l'enfant. Il lie l'activité propre de l'enfant, la canalisant dans un sens déterminé, rigoureusement défini. » (Vygotski, *Pensée et langage*, p. 173.)

Or, en suivant les voies culturelles de développement cognitif ainsi tracées, l'enfant ne doit pas être considéré comme simple *assimilateur*, car

> tout en suivant cette voie déterminée, préétablie, l'enfant pense selon le mode propre à son stade de développement intellectuel. Les adultes, dans la relation orale avec lui, peuvent déterminer le cours du développement des généralisations et son terme, c'est-à-dire la généralisation qui en résulte. Mais ils ne peuvent lui transmettre leur mode de pensée. (Vygotski, *Pensée et langage*, p. 173.)

C'est pourquoi « la thèse selon laquelle l'enfant acquiert dans le processus d'apprentissage scolaire les concepts tout prêts et les assimile comme on assimile n'importe quelle habileté intellectuelle est totalement dénuée de fondement ». (Vygotski, *Pensée et langage*, p. 211.)

Au lieu de parler d'un processus d'assimilation chez l'élève, il est plus exact de parler d'un processus d'interprétation et de compréhension qui passe par un enrichissement de la signification donnée aux mots et aux symboles. C'est en fait dans l'enrichissement des significations premières de l'enfant et dans l'insertion de celles-ci dans des réseaux de sens culturels donnés aux mots et aux symboles que s'opère l'appropriation des concepts.

L'élaboration d'explications par les enfants de certains phénomènes, mathématiques ou autres, apparaît ici comme un élément clé de l'appropriation de concepts. Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, concept et raisonnement sont intimement liés. Demander à l'enfant d'expliquer la solution à un problème, le mettre en situation d'argumentation, c'est l'amener à dégager des relations entre les objets du discours. En étudiant le développement de la pensée de l'enfant, tant Vygotski que Piaget ont mis en évidence chez les jeunes élèves un type de pensée dont le fonctionnement est guidé par un principe de juxtaposition d'objets. Pour le jeune enfant, les objets entretiennent entre eux une relation d'appartenance ou de liaison et non pas d'inclusion. Ainsi, un bras dessiné à côté d'un bonhomme est conçu comme « allant avec » le bonhomme, et non pas comme « faisant partie » de celui-ci; un œil est souvent dessiné à côté d'une tête, etc. Cette pensée, qui juxtapose les objets et qui peut être repérée sur les dessins, réapparaît aussi dans le langage enfantin. Des termes linguistiques tels que *alors* n'expriment pas forcément chez les jeunes enfants une relation causale, mais plutôt le sens d'une co-occurrence d'événements. Bref, pour des enfants de 8 ans environ, « A alors B » signifie souvent « A et B »[26].

Amener l'enfant à expliquer la solution à un problème, c'est l'amener à prendre conscience d'un type de discours culturel, bâti sur des relations qui expriment une nécessité logique toute particulière et qui n'a rien de naturel. Il s'agit d'un discours qui véhicule une certaine vision du monde et qui le catégorise d'une certaine façon. Savoir argumenter, c'est savoir prendre place dans cette vision du monde en utilisant des modes de discours distingués, entre autres, par ce qu'on considère comme « évident », « essentiel », « contingent », etc.

Quels peuvent être, dans le contexte que nous venons de mentionner, les objectifs qu'on peut poursuivre en communication au cycle primaire? La section ci-dessous propose quelques éléments de réponse.

2. Quelques objectifs clés de la communication au cycle primaire

Les efforts pédagogiques concernant la communication au cycle primaire doivent poursuivre et approfondir ceux qu'on fait au cycle préparatoire. Ainsi, en plus de viser les objectifs ci-dessous, propres au cycle préparatoire :

1. apprendre quelques conventions mathématiques (critère « syntaxe et symbole »),
2. apprendre à tenir des propos mathématiques (critère « engagement au dialogue »),
3. apprendre à écouter les autres élèves (critère « considération des arguments et des propos des autres »),

la communication en mathématiques vise, au cycle primaire, à faire en sorte que l'élève :

4. commence à élaborer des arguments mathématiques,
5. commence à comprendre ce qu'est un argument exact, clair et suffisant.

Les objectifs 4 et 5 peuvent relever du critère « engagement au dialogue » ou du critère « organisation de la présentation » selon l'activité mathématique donnée aux élèves.

D'après la liste d'objectifs énumérés ci-dessus, une différence importante entre le cycle préparatoire et le cycle primaire réside donc dans le fait que, dans le cycle primaire, des efforts systématiques seront faits en salle de classe pour amener l'élève à produire un discours oral et écrit comportant des arguments mathématiques explicites. L'élève sera également amené à prendre conscience que, entre plusieurs arguments mathématiques, il y a lieu de distinguer ceux qui sont clairs, exacts et suffisants. Il s'agit, en fait, du début d'un processus qui prend plusieurs années. Pour arriver à ces objectifs, des stratégies

---

26 Voir J. Piaget. (1956). *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*. Genève : Delachaux et Niestlé, p. 180.

d'enseignement adéquates sont nécessaires. Le choix des stratégies d'enseignement est le but de la section suivante.

3. Quelles stratégies d'enseignement?

La maîtrise plus avancée de la langue parlée et écrite, d'une part, et de la socialisation qu'acquiert l'élève au cycle primaire, d'autre part, lui permet d'envisager des échanges plus soutenus avec ses pairs. Ces échanges permettent à l'enfant d'avancer dans son développement conceptuel. Une question qui a hanté Piaget toute sa vie était celle de savoir si c'est le développement logique qui permet une interaction sociale plus poussée ou l'inverse. À la fin, disait-il, ce sont les deux : « l'aspect social et l'aspect logique sont inséparables dans la forme comme dans le contenu[27] ». S'il y a quelque chose que montre clairement la psychologie de l'enfant, c'est ceci : « la logique n'est pas innée chez l'être humain, (…) elle se construit en fonction des rapports de réciprocité[28] ».

Quelles sont alors les conditions d'une communication adéquate en salle de classe? Le but de la communication n'est pas simplement de s'exprimer de façon claire et cohérente, soit oralement, soit par écrit. Bien que ce but soit des plus louables, la communication, comme nous l'avons souligné aux premiers chapitres, doit également être considérée comme une occasion d'établir des échanges à l'intérieur desquels les élèves s'approprient, dans la discussion, un savoir mathématique spécialisé. C'est ici que le rôle du langage et d'autres moyens d'expression (graphiques, symboles, etc.) est crucial.

La même stratégie utilisée au cycle préparatoire (voir chapitre 4) peut être utilisée ici. Mais, au cycle primaire, elle peut être enrichie grâce à la maîtrise plus grande de la langue écrite. Au cycle primaire, on peut, en effet, demander aux élèves de produire, au cours du travail en petits groupes, un texte qui explique clairement la solution à un problème posé. Les groupes peuvent procéder à un échange de textes afin d'en faire une évaluation critique. On peut même aller plus loin : à la suite de l'étude et de l'évaluation critique du texte d'un autre groupe, les élèves de deux ou trois groupes peuvent se rencontrer pour discuter des évaluations faites. Cette démarche favorise, chez l'élève, l'acquisition des critères « engagement au dialogue », « considérations des arguments des autres » et « organisation de la communication ».

En termes généraux, la stratégie proposée peut se résumer ainsi :

– Introduction (mise en situation) de la tâche mathématique par l'enseignante ou l'enseignant.
– Travail en petits groupes menant à la production écrite d'une ou de plusieurs explications raisonnées de solutions trouvées.
– Échange des productions écrites avec un ou plusieurs groupes.
– Évaluation critique des arguments mathématiques des autres groupes.
– Rencontre avec un ou plusieurs groupes pour discussion orale des textes écrits.
– Discussion générale.

---

27 J. Piaget. (1967). *Études sociologiques*. Genève : Librairie Droz, p. 90.

28 J. Piaget. (1967). *Études sociologiques*. Genève : Librairie Droz, p. 149.

Pour donner une idée concrète de la façon d'encourager la mise en place et la gestion de la communication au cycle primaire, nous présentons ci-dessous un exemple. Cet exemple met en évidence certains passages de l'activité discursive liés aux objectifs de la communication. À la fin du chapitre, nous indiquons quelques pistes supplémentaires concrètes qui peuvent aider les enseignantes et enseignants à réussir la mise en place et la gestion de la communication dans leur classe.

4. Un exemple de salle de classe

L'exemple dont nous allons discuter faisait partie d'une leçon préparée pour une classe à niveaux multiples de 1re et 2e année (on trouvera la leçon dans l'annexe, après le chapitre 10). Elle visait les cinq objectifs de la communication énumérés ci-dessus (section 2 de ce chapitre). Elle portait sur le domaine de modélisation et d'algèbre. Les attentes et contenus d'apprentissage étaient les suivants :

Attentes :

– Identifier la régularité dans une suite numérique et non numérique (1re année).

– Prolonger une suite en maintenant la régularité (2e année).

Contenus d'apprentissage :

– Identifier une régularité dans une suite numérique (1re année).

– Identifier et expliquer, à l'aide de matériel concret et semi-concret, la régularité dans une suite non numérique ou numérique (2e année).

La leçon a commencé par une mise en situation qui raconte les aventures d'un petit écureuil à la recherche de provisions pour l'hiver. Après la mise en situation, les élèves ont travaillé en petits groupes de 3. Leur tâche était de répondre à des « devinettes » concernant les provisions du petit écureuil.

Une feuille de route contenant les devinettes a été fournie à chaque élève. Les questions avaient été soigneusement formulées dans le but de favoriser la communication et l'argumentation à l'intérieur d'un même groupe ainsi qu'entre les groupes.

Même si chaque élève avait sa propre feuille, toutes les feuilles devaient être remplies après les discussions à l'intérieur du groupe. En raison de la méthodologie suivie, on s'attendait à ce que les explications fournies sur chaque feuille de route d'un même petit groupe soient similaires. Le but d'avoir trois feuilles de route par groupe était en fait qu'elles pourraient être utilisées plus tard pour mener à terme l'échange du travail accompli avec les autres groupes au moment de l'analyse critique des arguments élaborés par d'autres élèves.

Selon l'histoire racontée par l'enseignante lors de la mise en situation, l'écureuil découvre un trou dans un arbre et, à sa grande surprise, il y trouve huit arachides. L'écureuil décide d'y faire sa maison pour l'hiver. Il se donne la consigne de rapporter du parc deux arachides par jour (voir Figure 1). En sachant qu'il ne touche jamais à ses provisions d'hiver, dans les deux premières questions, les élèves devaient trouver le nombre total d'arachides constituant les provisions de l'écureuil après 6 jours, puis après 10 jours.

« L'écureuil a continué à marcher dans le bois. Il marchait… il marchait et, à un moment donné, il a vu un arbre avec un grand trou. L'écureuil est entré dans ce trou et a commencé à regarder partout. C'était très grand! Il a dit : « Wow! Cette maison est grande; je serais bien ici pour mettre mes arachides pour l'hiver ». Donc, il a commencé à regarder et, sais-tu quoi? il a trouvé huit arachides dans cet arbre! ».

Figure 1. L'enseignante en train de faire la mise en situation.

L'APPRENTISSAGE DE LA SYNTAXE

Pour aider les élèves à résoudre le problème, on avait dessiné un tableau sur la feuille (voir Annexe 2, après le chapitre 10). Comme nous l'avons indiqué au chapitre précédent, un tableau est un outil puissant de résolution de problèmes : il permet d'organiser l'information, de dégager des séquences, des modèles, etc. Un tableau est un outil puissant à condition, bien sûr, qu'on sache comment le remplir et comment l'interpréter; bref, à condition qu'on comprenne sa syntaxe. Or, l'extrait ci-dessous montre bien que la syntaxe d'un tableau ne va pas de soi. L'extrait provient du groupe 1 formé par Sandra, Louise et Anna.

1. **SANDRA :** (*en s'adressant à Louise*) OK, commence!… Commence!… Commence!

2. **LOUISE :** Regarde, ça va par deux (*Elle remplit les premières cases de la première rangée intitulée « Nombre de jours » et écrit 2, 2, 2, puis elle dit :*) Non… pas comme ça.

3. **ANNA :** C'est des bonds de deux.

4. **LOUISE :** (*Elle dit en frappant avec son doigt les cases de la première rangée l'une après l'autre :*) 8… 10…12… 14… 16… 18… 20… 22… (*Elle réfléchit un moment, puis elle dit :*) N'écris pas tout de suite!

Dès ces premières lignes, on voit que les élèves sont en train d'échanger des propos mathématiques. Les élèves savent qu'il faut compter par bonds de deux, mais elles ne savent pas comment remplir le tableau. Louise est arrivée à 22 arachides, mais elle ne sait pas comment mettre en correspondance directe les arachides comptées et le nombre de jours. Après quelques minutes d'hésitation, les élèves décident d'appeler l'enseignante :

5. **LOUISE :** (*en s'adressant à l'enseignante*) Je ne comprends pas…

6. **ENSEIGNANTE :** Qu'est-ce que tu ne comprends pas? La question?

7. **LOUISE :** Oui.

8. **ENSEIGNANTE :** J'ai demandé… regarde… ça, c'est le nombre de jours, hein? (*Elle indique aux élèves avec son index le 0 sur la 1re rangée du tableau, en utilisant la feuille de Louise.*) Il avait ça dans ses provisions. (*Elle indique la première case de la 2e rangée du tableau.*)

9. **LOUISE :** Huit. (*en se référant à la 1re case de la 2e rangée*)

10. Enseignante : Le deuxième jour, il en avait douze… le troisième jour, il en avait quatorze… (*au fur et à mesure qu'elle parle, elle indique avec la main l'association entre les nombres de la 1re rangée et ceux de la 2e rangée tout en ajoutant du rythme dans sa façon de prononcer les mots*) là, moi je te demande après six jours… il va y avoir combien (*d'arachides*) dans ses provisions? C'est ça, ce que je te demande. (*voir Figure 2*)

11. Louise : Ah, là je comprends! […]

L'engagement au dialogue change d'allure dès que l'enseignante arrive pour voir le travail du groupe. C'est Louise qui pose les questions. À la ligne 9, elle rend explicite l'information donnée par l'enseignante et, à la ligne 11, elle affirme avoir compris. Comme on le verra par la suite, la compréhension de la syntaxe du tableau est effectivement atteinte. Mais, avant de continuer, nous voulons nous arrêter sur ce qui rend la compréhension possible dans l'échange entre Louise et l'enseignante. En un sens, la réponse est évidente : l'enseignante a *montré* aux élèves *comment* remplir le tableau. Or, la question est : comment leur a-t-elle *montré* pour qu'elles comprennent?

Figure 2. L'enseignante indique la place réservée au nombre d'arachides. En faisant des gestes, la syntaxe du tableau est montrée aux élèves.

Cette question est importante dans une perspective d'enseignement qui vise à développer la compétence de communication. Peut-être qu'on commencera à prendre conscience de cette importance en remarquant que, pour communiquer, l'enseignante ne s'est pas limitée aux mots. Un des éléments les plus intéressants de la communication orale est que, même dans des situations relativement simples comme celle-ci, la langue orale s'appuie sur d'autres systèmes de signes pour rendre apparente une idée. Pour communiquer, on a recours à des gestes. Un geste indicatif – comme celui que l'on voit sur la figure 2 – attire l'attention sur ce qu'on veut rendre apparent. Les gestes sont des éléments essentiels à la production du sens en mathématiques. L'exemple précédent montre clairement comment les élèves arrivent à saisir le sens d'organisation des données dans le tableau en partant de gestes indicatifs, de mots (par exemple, le mot *ça*) et du rythme de la prononciation qui accompagne les gestes et les mots. En partant de cet amalgame de gestes, mots et rythmes, la syntaxe du tableau s'éclaircit pour les élèves qui, comme le montrera l'extrait suivant, peuvent maintenant continuer à remplir le tableau – un tableau qui devient ainsi un outil de résolution de problèmes. Ce qui est curieux dans cet extrait, c'est qu'il met en évidence quelque chose que, pourtant, nous faisons de façon naturelle : quand nous parlons, nous faisons des gestes. La curiosité et l'intérêt de l'extrait réside dans ceci : même si nous faisons des gestes lorsque nous parlons, nous ne sommes pas nécessairement conscients du rôle cognitif que jouent ces gestes. La prise de conscience du rôle cognitif que jouent les gestes peut nous amener à être plus vigilants quant à la façon de les utiliser en salle de classe, quand nous communiquons des idées abstraites ou des conventions sophistiquées comme celle de la syntaxe d'un tableau. « Les symboles et leurs significations, écrit Vygotski, peuvent initialement être tout à fait indépendants les uns des autres; et, dans ce cas-ci, le geste qui pointe établit la relation entre eux[29]. »

29 L. S. Vygotsky. (1997). *Collected Works*. Edited by R. Rieber. New York: Plenum Press, vol. 4, p. 172.

Revenons maintenant à la suite du dialogue. L'enseignante vient de partir pour aller discuter avec un autre groupe.

12. LOUISE : (*En regardant sa feuille, elle dit :*) OK, regarde… (*elle écrit les nombres de jours en même temps qu'elle prononce les mots*) 4… 5… 6 (*au fur et à mesure qu'elle écrit les nombres, elle trace les lignes verticales du tableau*) et puis là ici (*en montrant la rangée du nombre d'arachides*) regarde quatorze. (*voir Figure 3*)

13. ANNA : (*en continuant les propos de Louise*) Seize.

14. LOUISE : C'est ça (…) 16… 18… 20… Oh! OK, c'est ça.

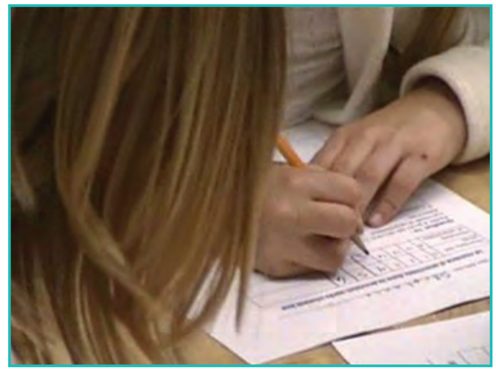

Figure 3. Louise a rempli la première rangée jusqu'au jour 6 et elle commence à écrire le nombre d'arachides sur la deuxième ligne.

15. ANNA : On va l'avoir mal, je le sais.

16. SANDRA : Je ne sais pas.

17. LOUISE : Peut-être non.

Si, à la ligne 4, Louise était allée jusqu'à 22 « par bonds de deux », ici, elle est capable de mettre en correspondance le nombre de jours et le nombre d'arachides, ce qui lui permet de s'arrêter correctement à 20 arachides. Les lignes 12, 13 et 14 illustrent bien la coopération entre Anna et Louise. Il y a un engagement au dialogue. Louise tient des propos mathématiques; ces propos sont considérés par Anna qui leur donne suite à la ligne 13. Sandra, qui est une élève de 1re année, suit l'activité mathématique de ses collègues aînées.

Toutefois, à la fin de l'extrait, Anna et Sandra expriment des doutes sur la démarche (lignes 15 et 16). Louise, par contre, se montre plus optimiste (ligne 17). Ces lignes sont importantes, car elles témoignent de la mise en place progressive de ce qu'est un raisonnement mathématique. Le tableau permet d'organiser les données selon un certain raisonnement qui soulève encore des doutes chez Anna. Ce n'est que peu à peu que les élèves apprendront à faire un tri entre ce qu'on peut et ce qu'on ne peut pas utiliser dans les raisonnements mathématiques.

La question ci-dessous avait pour but d'amener les élèves à *expliquer* l'utilisation du tableau en partant d'un exemple concret. La question était la suivante :

« Le petit écureuil a maintenant 24 arachides dans ses provisions. À quel nombre de jours sommes-nous? Expliquez votre réponse en utilisant des arguments convaincants. »

La réponse, en fait, a été trouvée sans difficulté :

1. ANNA : (*Elle lit la feuille*) 24 arachides dans ses provisions…

2. LOUISE : (*Elle continue la phrase d'Anna et, en lisant sur sa feuille, elle dit :*) À quel nombre de jours sommes-nous?

3. SANDRA : 24.

4. Anna : Non, nous sommes jour huit… on est huit… on est jour huit aujourd'hui… on est jour huit.

L'explication s'est avérée beaucoup plus difficile :

5. Anna : Est-ce qu'on écrit juste 8, ici, madame? (*Elle fait référence à l'espace destiné à l'écriture de l'explication sur la feuille de route.*)

6. Enseignante : Non (…) il faut expliquer (…) Vous avez trouvé la réponse, c'est le jour huit. Comment t'as fait pour savoir ça?

7. Louise : Parce que…

8. Anna : Parce qu'il a ramassé 24 arachides et puis 24, le jour c'est huit. 24, jour huit.

9. Enseignante : Alors, dis-moi ça… écris-moi ça, si tu dis que c'est comme ça que tu l'as trouvé. Moi, je ne sais pas comment t'as fait pour le trouver. Comment t'as trouvé huit, Louise?

10. Louise : J'ai trouvé… j'ai… j'ai… humm (…) Je suis allée jour quatre (…) Et puis, là, je suis arrivée à jour huit.

11. Enseignante : Bon, c'est exactement ce que Anna vient de dire. Explique-le-moi, écris une phrase qui explique ça.

12. Louise : (…) Je suis allée regarder au nombre (…) 24 et après je suis allée regarder là. (*en se référant à la case où se trouve le jour 8*)

13. Anna : Il a ramassé 24 arachides le jour huit.

14. Louise : OK, j'écris, je suis allée regarder le nombre 24 et j'ai regardé au haut au nombre 8.

15. Sandra : Toi, tu dis beaucoup de choses.

Le texte produit par Louise est le suivant :

> *« Aujourd'hui, nous sommes le jour 8.*
>
> *Je suis allé (sic) regarder le nombre 24 et j'ai regarder (sic) en haut de 24. »*

On voit la difficulté à expliquer, par écrit, ce qui est pourtant facile à exprimer avec des mots et des gestes.

Un texte mathématique écrit est en fait la reconstruction d'une expérience. En général, le déploiement de l'expérience mathématique permettant d'arriver à la saisie d'un sens se fait à l'aide de mots généraux, appuyés par des gestes qui viennent indiquer, dans l'exemple pris en considération, les places du tableau pour lesquelles des mots techniques précis manquent encore (à la ligne 12, Louise utilise le mot *là*, c'est-à-dire un terme démonstratif qui indique l'endroit en question). Le passage de cette expérience vécue à sa reconstruction écrite est un élément important de la communication en mathématiques. Ce que ce dialogue montre (et on retrouve ce phénomène même chez les élèves plus âgés) est que le passage de l'activité discursive à l'écriture n'est pas évident. En abordant la question posée, les enfants « voient » sur le tableau qu'il y a une relation entre les jours et le nombre d'arachides; elles « voient » que le jour qui correspond à 24 arachides est 8. Mais l'élaboration du texte demeure encore difficile.

Les difficultés éprouvées par les élèves ne devraient pas induire à penser que des tâches comme celle-ci devraient être exclues du cycle primaire. Ce que l'analyse suggère, c'est qu'il faut bien comprendre les difficultés auxquelles se heurtent les enfants du cycle primaire en abordant des tâches comme celle-ci, qui permettent de mieux cerner les limites du possible dans l'activité communicative pour clarifier le type d'intervention pédagogique que l'on peut envisager en salle de classe. Nous reviendrons sur ce point à la fin du chapitre.

La question ci-dessous mettait les élèves dans une situation différente. Ici, il s'agissait de leur faire produire des arguments en partant d'une situation qui ne pouvait pas se produire. Voici la question :

> *Question 3 : « En sachant que l'écureuil ne mangeait pas d'arachides de ses provisions, je me demande si un jour dans ses provisions il a pu avoir exactement 27 arachides? Qu'est-ce que vous en pensez? Expliquez votre réponse, en utilisant des arguments convaincants. »*

16. Anna : Oui, il peut avoir (27 arachides).

17. Louise : Non, il ne peut pas en avoir *parce que*…

18. Anna : Ah, oui (il peut) *parce que* son trou est trop gros.

19. Louise : Non, mais ça veut juste… non, mais…

20. Anna : Oui! Ça va jusqu'à… ça va jusqu'à 28, *donc* oui… ça va jusqu'à 28, donc oui!

21. Sandra : Non!

22. Anna : Oui!

23. Louise : Ça ne peut pas, *car* c'est 2… 4… 6… 8… 10… 12… 14… 16… 18… 20… 22… 24… 26… 28.

24. Anna : Oh! (*Elle comprend l'argument de Louise et dit :*) Oui… OK… (*En reformulant l'argument pour elle-même, elle dit :*) Non, il ne peut pas.

25. Sandra : (*en répétant*) Non, il ne peut pas.

26. Louise : Il ne peut pas en manger une.

27. Anna : Manger une… non, il ne peut pas manger une. Louise, on fait toujours tes réponses!

28. Louise : Parce que vous autres, c'est trop court.

29. Anna : Ouin, pis?

30. Louise : Moi, je les rallonge!

Dans le passage précédent, on voit apparaître encore une fois le problème de la construction d'un argument mathématique. Anna a recours à un argument qui peut s'avérer exact dans d'autres contextes de la vie réelle. Pour avoir un certain nombre d'objets, il faut avoir un espace suffisant. Mais c'est justement la délimitation entre ce qui peut être pertinent dans d'autres contextes et ce qui est considéré comme pertinent en mathématiques qui est en jeu ici. Louise élabore à la ligne 23 une *preuve mathématique directe* : elle compte par bonds de deux et montre concrètement que le nombre 27 n'est pas sur la liste. Anna comprend et change d'avis. Pour ce faire, Anna a dû montrer sa capacité d'être à l'écoute des arguments des autres et de les comprendre. Mais, puisqu'il existe toujours la possibilité que l'écureuil mange des arachides, dans les lignes suivantes, les élèves éliminent cette possibilité en mentionnant une des conditions sur lesquelles repose le problème : l'écureuil ne mange jamais d'arachides provenant de ses provisions.

Ce court extrait illustre un exemple de la façon dont l'argumentation mathématique commence à prendre forme. Le fait d'argumenter devient lié à la possibilité de se placer dans des situations hypothétiques définies par le contexte du problème. Dans cet ordre d'idées, l'apparition des relations causales « donc », « parce que », « car », que nous avons soulignées dans l'extrait précédent, est très importante.

Comme nous l'avons mentionné au début de ce chapitre, dans ses études sur le jugement et le raisonnement chez l'enfant, Piaget avait remarqué que les jeunes enfants n'utilisent pas toujours de façon adéquate les termes qui indiquent des relations causales. Ainsi, par exemple, lorsqu'il demandait aux enfants de compléter la phrase « La $\frac{1}{2}$ de 9 n'est pas 4 parce que… », il y en avait qui disaient « parce qu'il compte mal ». Dans d'autres cas, les enfants ont recours à des justifications non mathématiques similaires à celle utilisée par Anna dans notre dernier exemple. Dans les expériences de Piaget, la phrase « Fernand a perdu sa plume, donc… », était parfois complétée comme suit : « Fernand a perdu sa plume, donc il l'a pas retrouvée[30]. »

LA DISTINCTION ENTRE ARGUMENTS CLAIRS, JUSTES ET SUFFISANTS

Au cours de la leçon, chaque groupe a échangé ses feuilles de réponses avec celles de deux autres groupes. Ainsi, le groupe d'Anna (groupe 1) a échangé une copie du travail fait avec l'équipe de Sandy-E (groupe 2) et une autre copie avec l'équipe de Marianne (groupe 3). Comme il y avait trois copies par groupe, chacun des groupes a gardé une copie de son propre travail.

L'enseignante a demandé aux élèves d'étudier, dans un premier temps, la question 2. Comme nous l'avons mentionné auparavant, le but de cette partie de l'activité était que les élèves réfléchissent sur l'explication fournie par les enfants d'autres groupes et qu'ils disent si l'explication était claire, juste et suffisante.

Les concepts d'explication claire, juste et suffisante ont été introduits au cours de la leçon que nous commentons ici. Voici un extrait de l'explication de l'enseignante :

> […] quand tu auras échangé ta feuille avec un autre groupe, on va aller voir la question 2 (…), tu vas regarder si la réponse est claire, (c'est-à-dire) si tu comprends ce qui est écrit là… Si c'est clair ce que dit l'ami ou

30 Voir J. Piaget. (1956). *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, p. 35. C'est précisément en répondant à la question précédente (celle de trouver le jour qui correspond au nombre de 24 arachides) que nous trouvons une situation similaire dans un autre groupe (le groupe 2). L'enseignante demande : « Comment as-tu fait pour savoir (que c'était le jour 8)? ». Armand répond : « Après. (…) Ah hen… Le jour neuf, c'est l'automne! (…) Il se prépare pour jour 9 et 10 pour s'endormir, puis… ».

si ce n'est pas clair… Si tu lis (l'explication) et que tu ne comprends rien, bien (cela veut dire que) ce n'est pas clair (…).

(Est-ce que) c'est juste? (c'est-à-dire) est-ce qu'il a la bonne réponse? (…) Est-ce que (…) ce qu'il a répondu est correct?

Ensuite, est-ce qu'il a assez mis de choses pour que tu comprennes sa réponse? Est-ce que les mots sont suffisants? Est-ce qu'il a assez de mots? Est-ce qu'il a assez d'explications pour que tu comprennes sa réponse? (…) Sinon… (…) tu écris ce qui manque selon toi pour qu'il y ait une bonne réponse.

Les explications au problème 2 ont été les suivantes :

Groupe 1 : *« Aujourd'hui, nous sommes le jour 8. Je suis allé (sic) regarder le nombre 24 et j'ai regarder (sic) en haut de 24. »*

Groupe 2 : *« (8 jour) »*

Groupe 3 : *« 8. Je suis àler (sic) regarder sur mon tableau. »*

Voici un extrait de l'analyse des élèves du groupe 1 :

31. Louise : (*en lisant la réponse du groupe 2*) Je ne comprends pas ce qu'elle a écrit (…)

32. Anna : (*en lisant la réponse du groupe 3*) Ça ne fait pas de sens… « 8. Je suis allée regarder sur mon tableau. » Ça ne fait pas de sens… (*en s'adressant à Louise, qui lit la copie du groupe 2*) Est-ce que ça fait du sens?

33. Louise : Non, « 8 jours »… qu'est-ce qui manque? (…)

34. Anna : Qu'est-ce qui manque? Clair… juste… suffisant… je ne sais pas ce que je vais écrire… (…) Qu'est-ce qui manque? (*L'enseignante arrive juste au moment de la discussion, voir le groupe 1.*)

35. Enseignante : Bon, j'entends parler fort ici! (…) (*En lisant l'explication du groupe 2, elle dit :*) 8 jours, c'est quoi ça? huit jours… Louise? C'est quoi? C'est quoi, est-ce que c'est une explication? Est-ce que c'est une réponse ou quoi?

36. Louise : Une réponse.

37. Enseignante : On avait demandé « explique ta réponse ».

38. Louise : Non, ce n'est pas clair.

39. Enseignante : Bon, ce n'est pas clair. OK, écris. (*Louise écrit.*) Oui… bon, est-ce que c'est juste? Est-ce que c'est la bonne réponse?

40. Louise : Oui.

41. Enseignante : Bon, tu vas le marquer, c'est la bonne réponse. Et, est-ce qu'il y a assez de mots pour que tu comprennes?

42. Louise : Non.

43. Enseignante : Dis-moi ce qui manque.

44. Anna : Ce n'est pas clair… ce n'est pas clair… (…)

45. Enseignante : Ce n'est pas clair… bon, dis-moi, pourquoi ce n'est pas clair?

46. Louise : Parce que, il n'a pas assez de… ben… Je ne comprends pas, c'est (dit seulement) 8 jours.

47. Enseignante : Ils ne t'ont pas expliqué comment ils l'ont trouvé. Bon.

48. Louise : Mais c'est la bonne réponse.

49. Enseignante : C'est la bonne réponse… puis qu'est-ce que tu trouves qu'ils auraient dû mettre? Qu'est-ce que tu trouves qu'ils auraient dû ajouter? Qu'est-ce qui manque?

50. Louise : Ils auraient dû ajouter le nombre d'arachides.

Dans cette partie de la leçon, les élèves ont été mis, de façon explicite, dans une situation nouvelle pour eux : ici, ils deviennent explicitement interprètes du travail des autres. Les premières lignes montrent la difficulté de l'expérience : les élèves trouvent que ce que leurs pairs ont écrit « ne fait pas de sens ».

La prise de conscience qu'une explication s'adresse à une personne et que cette personne est censée pouvoir la comprendre donne une nouvelle perspective à la communication.

Avec l'aide de l'enseignante, le groupe 1 arrive à distinguer entre *réponse* et *explication*. Les élèves commencent à distinguer entre ce qu'est un argument clair et une bonne réponse. Mais pour eux, c'est encore difficile de déterminer ce qui peut manquer à un argument pour que celui-ci devienne clair. À la fin, Louise suggère que l'autre groupe aurait dû mentionner le nombre d'arachides.

L'extrait ci-dessous permet de mieux voir le cheminement des élèves dans la compréhension d'un argument clair.

51. Enseignante : Bon, OK. On va passer à la question trois, maintenant. La question trois était : « En sachant que l'écureuil ne mangeait pas d'arachides provenant de ses provisions, je me demande si un jour, dans ses provisions, il a pu avoir exactement 27 arachides? Qu'en pensez-vous? Vous avez écrit… vous avez écrit quoi?

52. Anna : (*En répondant à la question de l'enseignante, elle lit :*) « Non, il ne peut pas parce qu'il ne peut pas en manger. » (*voir Figure 4*)

53. Enseignante : Et eux (*en se référant au groupe 3*), qu'est-ce qu'ils ont écrit?

54. Anna : Eux, ils ont écrit : « Non, parce qu'on compte par deux. » C'est clair, je pense.

55. Enseignante : (*en se référant au groupe 2*) Et eux autres?

56. Louise : (*Elle lit la réponse.*) « Non, parce que nous comptons par deux comme 26… 28. »

57. Enseignante : Quel groupe aurait eu une moins bonne explication?

58. LOUISE : Là (*elle indique la réponse de son groupe*) (…) On a la moins bonne (explication).

59. ENSEIGNANTE : Oui, mais ce n'est pas important ça (…) je ne dis pas que (votre réponse) n'est pas bonne… je dis que c'est moins clair, peut-être. Vous dites tous… ça (*c'est-à-dire que c'est impossible d'avoir 27 arachides*). Eux autres, ils disent pourquoi, (ils disent) parce qu'on compte par deux.

60. LOUISE : Eux autres aussi (*en se référant au groupe 2*) (…) Nous, (non) il ne peut pas parce qu'il ne peut pas en manger.

61. ENSEIGNANTE : Ce n'est pas grave… ce n'est pas grave… alors, écrivez.

62. LOUISE : C'est clair.

63. ENSEIGNANTE : Est-ce que c'est la bonne réponse?

64. ANNA : Oui.

65. ENSEIGNANTE : La question, c'est : « Est-ce qu'il peut avoir 27 arachides? »

66. LOUISE : Non.

67. ENSEIGNANTE : Pourquoi?

68. LOUISE : Parce que, il compte par deux.

69. ENSEIGNANTE : Et 27… ?

70. LOUISE : C'est un nombre… impair.

Les élèves comprennent mieux maintenant ce que veut dire un argument clair. L'échange des feuilles avec les autres groupes a porté fruits. Elles ont été capables de voir la faiblesse de leur argumentation en étudiant de façon critique ce que les autres groupes ont écrit. Ce n'est pas que l'argument qui relève de l'impossibilité de manger des arachides des provisions soit faux : c'est qu'il y a une hiérarchie dans les arguments qui fait en sorte que certains apparaissent comme plus pertinents ou convaincants que d'autres. À la fin, Louise est même capable de donner un argument selon la parité de nombres.

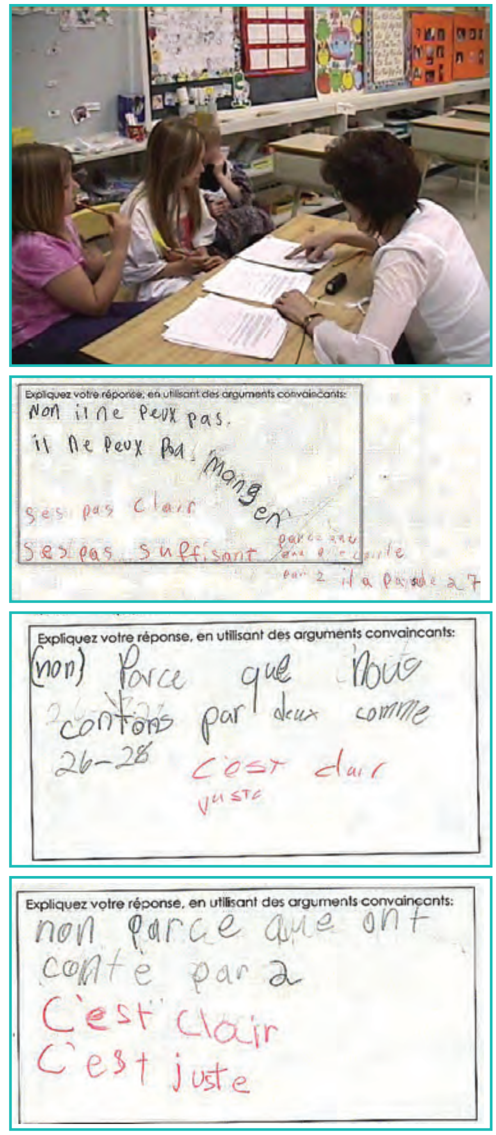

Figure 4. Au haut, l'enseignante et les élèves en train de comparer les explications. Au bas, les explications fournies successivement par les groupes 1, 2 et 3. En rouge, l'évaluation critique faite par les élèves. (La copie du groupe 1 porte, en rouge, l'évaluation faite par le groupe 2.)

5. Survol et synthèse générale de l'exemple

La leçon illustre la méthodologie suivie pour mettre sur pied et encourager la communication en salle de classe. La méthodologie consiste en une série d'étapes : (1) mise en situation par l'enseignante d'une activité dont les questions permettront aux élèves de réfléchir, de résoudre certains problèmes et d'expliquer les solutions; (2) travail en petits groupes; (3) échange des solutions et évaluation critique afin de présenter aux élèves la différence entre un argument clair, un argument juste et un argument suffisant.

Lors de la leçon, il y a eu une rencontre entre les trois groupes mentionnés dans la dernière partie. La rencontre a été très fructueuse et a permis aux élèves de mieux comprendre le rôle d'interprète qu'exige toute activité discursive. Elle a permis également d'approfondir l'idée d'argument suffisant. Par exemple, en discutant avec les élèves, l'enseignante a fait ressortir que l'idée de compter par bonds de deux (idée mentionnée par les groupes 2 et 3; voir Figure 4) n'est pas suffisante, car on peut aussi bien, en comptant par deux, générer la suite 3, 5, 7, 9, etc. Armand a alors remarqué qu'il fallait ajouter à l'argument le fait qu'on commence avec 8 arachides (voir Figure 5).

Figure 5. La rencontre entre les groupes 1, 2 et 3. Sur la photo, on voit Armand en train de dire « le jour zéro, il avait trouvé huit et il (…) il en ramasse deux par jour ».

Les extraits des dialogues suggèrent que des élèves du cycle primaire peuvent continuer à développer les processus entamés au cycle préparatoire et à s'améliorer dans les dimensions sociocognitives de savoir écouter l'autre, de s'engager au dialogue et de donner suite aux propos des autres. Les élèves du cycle primaire peuvent commencer à distinguer différents types d'argumentations. Ils peuvent notamment commencer à distinguer entre un argument juste, un argument clair et un argument suffisant.

Une recommandation consiste à s'assurer qu'on insère dans les leçons des « situations impossibles » (p. ex., d'avoir 27 arachides dans le contexte du problème). Du point de vue de l'apprentissage, ces situations ont l'avantage d'amener les élèves à utiliser des termes linguistiques qui renvoient à des relations causales (car, parce que, donc, alors, etc.). L'enseignante ou l'enseignant pourrait s'assurer de souligner ces termes lorsque les élèves les mentionnent.

Comme nous avons pu le constater au cours de ce chapitre, il faudra s'attendre à ce qu'il y ait, chez les élèves, des usages impropres de termes de relation causale. Parfois, il arrive que les arguments et l'utilisation des relations causales sortent du contexte. L'enseignante ou l'enseignant pourrait alors discuter de ces utilisations impropres avec les élèves.

6. Quelques pistes d'intervention

Engagement au dialogue

L'enseignante ou l'enseignant peut :

– demander à un élève de reformuler le propos tenu par un autre élève;

– demander à un élève de répéter le propos tenu par un autre élève;

– demander à un élève de dire s'il est ou non d'accord avec l'idée proposée par un autre élève et d'en expliquer les raisons.

La différence entre arguments justes, clairs et suffisants

Comme nous l'avons vu au cours de cette leçon, la différence entre arguments justes, clairs et suffisants n'est pas évidente pour les élèves. Pour la rendre accessible aux élèves, l'enseignante ou l'enseignant peut utiliser des exemples d'arguments donnés par les élèves au cours de la leçon (bien sûr, on peut aussi en ajouter d'autres inventés par l'enseignante ou l'enseignant; voir ci-dessous).

Voici, dans le contexte de la question 3, un exemple d'argument qui n'est pas clair : « ça va par des bonds de 2 ». Le problème ici, c'est l'ambiguïté de l'expression « ça ». Bien que, dans le contexte de la question, on puisse deviner l'objet auquel fait référence l'expression « ça », l'idée de clarté est de diminuer le plus possible l'ambiguïté de l'argumentation. Il faut toutefois avoir présent à l'esprit qu'il est pratiquement impossible de tout dire et que, en pratique, ce n'est pas nécessaire. La catégorie de clarté est donc relative. Dans l'exemple, nous considérons que le terme « ça » aurait dû être précisé davantage. C'est pour cette raison que nous disons que l'argument n'est pas clair. Si on dit, par contre, « la suite 8, 10, 12, etc. va par des bonds de 2 » (ou « le nombre d'arachides accumulées est 8, 10, 12, etc. »), l'argument devient clair. Bien sûr, un argument peut être clair sans être suffisant. L'argument « la suite 8, 10, 12, etc. va par des bonds de 2 » ne permet pas à lui seul d'établir la preuve qu'on cherche. Donc, bien qu'il soit clair, il n'est pas suffisant. Un argument suffisant est un argument qui est clair et qui montre, de façon convaincante, la justesse du fait en question.

L'apprentissage des catégories argumentatives « claire », « juste » et « suffisant » se fait peu à peu. Cela demande de la part de l'élève une compréhension des exigences posées par l'enseignante ou l'enseignant.

Considérations des arguments et des propos des autres et organisation de la présentation

L'enseignante ou l'enseignant peut :

– donner, au cours de la leçon, des arguments faux, insuffisants, non clairs et demander aux élèves de les identifier et de les corriger afin de les rendre tour à tour justes, suffisants et clairs;

– donner des phrases à compléter en utilisant les termes qui renvoient à des relations causales (p. ex., « parce que… », « car… », etc.).

Analyser avec les élèves une liste d'arguments mathématiques et non mathématiques se rapportant à un problème donné afin d'amener les élèves à distinguer les arguments qu'on utilise en mathématiques.

7. Pour en savoir plus…

Bednarz, N. L. Poirier et L. Bacon. (1992). « Apprendre à penser en mathématiques : un exemple d'intervention pédagogique auprès de jeunes enfants », *Vie pédagogique*, n° 79, mai-juin 1992, p. 35-36.

Goldin-Meadow, S. (2003). *Hearing Gesture*. *How Our Hands Help Us Think*. Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.

Kita, S. (2003). *Pointing*. *Where Language, Culture, and Cognition Meet*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Reid, D. (2002). "Describing young children's deductive reasoning". In *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME), A. Cockburn and E. Nardi (dirs.), University of East Anglia, UK, vol. 4, p. 105-112.

Spungin, R. (1996). "First- and Second-grade students communicate mathematics". *Teaching Children Mathematics*, 3 (4), 174-179.