

CHAPITRE 1

La communication en mathématiques : repères pratiques et conceptuels



Plan du chapitre

1. Introduction : la communication aujourd'hui
2. Communication et apprentissage
3. La communication efficace
4. Pour en savoir plus...

Le concept est impossible sans les mots, la pensée conceptuelle est impossible sans la pensée verbale.

L. Vygotski, *Pensée et langage*. Paris. Éditions sociales, p. 157.

1. Introduction : la communication aujourd'hui

Dans l'espace d'une dizaine d'années, la communication est devenue l'un des thèmes centraux dans plusieurs disciplines. En effet, il existe actuellement un vif intérêt en sociologie, en anthropologie, en sciences, en linguistique, en psychologie, en éducation, etc. pour la communication. Cet intérêt est sans doute lié aux transformations subies par les sociétés contemporaines où l'on est passé, comme l'indique Kress, d'une société de production à une société d'information³. Alors qu'une lettre prenait plusieurs semaines pour se rendre d'un continent à l'autre, aujourd'hui, à l'heure de la globalisation mondiale, un message électronique est reçu presque immédiatement. Les nouveaux moyens de communication ont conduit à une explosion sans précédent du nombre de messages qui circulent chaque jour.

Dans ce contexte, apprendre à communiquer est devenu une priorité du curriculum scolaire. Il n'est donc pas étonnant que, dans la refonte curriculaire de l'Ontario, menée à la fin des années 1990, et dans celle du Québec, menée au début des années 2000, la communication ait été identifiée comme l'une des principales compétences à développer chez les élèves.

Néanmoins, la prise en compte de la communication en salle de classe de mathématiques se heurte encore à plusieurs difficultés. Une des raisons relève du fait que les enseignantes et enseignants de nos écoles d'aujourd'hui appartiennent (sinon tous, la plupart) à la longue série de générations où l'enseignement des mathématiques a été conçu à partir du modèle de l'élève qui apprenait en solitaire. Papier et crayon en main – ces outils qui ont remplacé non sans difficulté la technologie de la petite tablette noire, son chiffon et la craie – l'élève de ces générations a passé la période de mathématiques à travailler dans le plus grand silence, pratiquement isolé de ses pairs.

Les changements récents en éducation, subsumés dans les transformations sociales mentionnées précédemment, ont certainement fini par secouer le silence séculaire de la classe de mathématiques. L'arrivée à l'école de nouvelles technologies comme les calculatrices et les ordinateurs ainsi que l'apparition de nouvelles idées au sujet de la communication ont changé le visage de la salle de classe. Toutefois, la recherche de situations idéales pour favoriser le développement de la communication continue à poser des problèmes aux enseignantes et enseignants. Comment planifier effectivement une leçon afin de rendre pertinente la communication chez les élèves? Comment gérer la leçon pendant son déroulement pour s'assurer que les élèves communiquent de façon efficace? Comment évaluer la communication? Voilà trois questions auxquelles il est encore difficile de répondre et qui resteront posées aussi longtemps qu'on n'aura pas fourni de réponse adéquate à la question que voici :

³ G. Kress. (1997). *Before Writing. Rethinking the Paths to Literacy*. London: Routledge.

Quel est le lien entre communication et apprentissage?

Il y a une conception de communication, encore très répandue, qui suggère que, quand une personne A communique une idée I à une personne B, ce que fait l'émetteur A, c'est d'inscrire l'idée I dans un certain code, puis de l'envoyer au récepteur B. Le récepteur B décode le message et, en le décodant, réalise que ce que A lui « envoie », c'est l'idée I. Comme le remarque très bien le fondateur du constructivisme radical, Ernest von Glasersfeld, cette conception de la communication est très problématique⁴.

Ce que von Glasersfeld trouve de problématique dans cette conception de la communication, c'est qu'elle suppose les idées déjà formées. Selon cette conception, A et B possèdent, dès le départ, le même ensemble d'idées. Communiquer revient à un échange. Il n'y a pas de nouveauté du point de vue de la construction du savoir. S'il y a nouveauté, c'est peut-être dans le fait que maintenant B sait ce que A voulait lui indiquer. Mais l'idée I, envoyée par A, devait faire déjà partie des connaissances de B : s'il en était autrement, B n'aurait pas pu retrouver cette idée en décodant le message de A; ce que B aurait trouvé à l'autre bout du fil n'aurait été que du « bruit ».

En tenant ces propos, von Glasersfeld touche un des points les plus vulnérables de la psychologie cognitive qui, en restant essentiellement empiriste dans ses concepts clés d'« émetteur », de « récepteur » et d'« information », n'a pas réussi à formuler de façon convaincante le problème de la « construction » du savoir, même si elle ne se prive pas d'insérer, dans son jargon technique, le mot « construction » et de réclamer un statut actif à l'individu qui apprend.

Pour répondre à la question du lien entre communication et apprentissage, il est nécessaire d'aller au-delà de l'idée de communication en tant qu'envoi et réception de messages. Comment peut-on alors conceptualiser la communication? Les théories contemporaines en éducation mathématique proposent différentes réponses. Naturellement, il y aura certaines différences dans les réponses selon la théorie considérée. Cependant, il ne nous semble pas faux de dire que ces théories convergent sur le point suivant : la communication est une forme d'apprentissage.

Ainsi, certaines approches socioconstructivistes et interactionnistes conçoivent l'apprentissage comme une *négociation* conceptuelle à laquelle participent élèves et enseignantes et enseignants. En théorisant l'apprentissage dans la direction d'une négociation du sens des concepts à apprendre, ces théories donnent une plus grande importance à la communication en salle de classe que l'enseignement traditionnel, qui, lui, confinait l'élève à l'isolement et au travail individuel.

Tout comme les approches socioconstructivistes, les approches inspirées des travaux de Lev Vygotski mettent l'accent sur le rôle des pairs, mais elles le font d'une façon différente. À la place de *négociation*, on parle de *collaboration* entre pairs. La collaboration a lieu à l'intérieur d'une activité structurée souvent en étapes. L'activité est caractérisée par un *but* global (en l'occurrence, le contenu de l'apprentissage) qui est atteint par l'entremise d'outils culturels (symboles, objets, etc.) qui *médiatisent* l'activité (c'est-à-dire qui servent de support et permettent de mener à terme l'activité elle-même).

⁴ A. Pitasi. (2001). *Constructing Communication. Interview with Ernest Von Glasersfeld* (téléchargé du site <http://www.univie.ac.at/constructivism/papers/> le 31 janvier 2004).

Il n'est pas dans nos intentions de nous arrêter sur les détails entre les différentes théories en éducation à propos de la communication⁵. Dans la section qui suit, nous nous limiterons à présenter les traits fondamentaux de l'approche que nous proposons.

2. Communication et apprentissage

Dans le contexte des mathématiques scolaires, *apprendre, c'est s'approprier un savoir* qui possède une longue histoire culturelle. L'étymologie du mot *apprendre* est tout à fait éclairante à ce sujet. En effet, *apprendre* vient du terme latin *apprehendere* qui veut dire « prendre », « saisir » quelque chose qui était déjà là.

La conception de communication que nous proposons ici est directement liée à l'idée que l'appropriation d'un savoir par l'élève passe par une *prise de conscience* du concept saisi. Pour mieux comprendre ce que nous voulons dire par *prise de conscience*, arrêtons-nous un moment sur ce qui différencie l'apprentissage des animaux de celui des humains. On sait que les rats, par exemple, peuvent apprendre certains comportements élémentaires, tel sortir d'un labyrinthe. Mais, comme dit Tulviste⁶, les rats continuent à faire exactement ce qu'ils ont fait pendant des siècles, sans pouvoir innover. Les humains, par contre, sont toujours en train de créer de nouvelles façons de faire. La différence réside dans ceci : l'apprentissage des rats obéit à de simples associations conditionnées; leur apprentissage ne passe pas, comme c'est le cas chez les humains, par une prise de conscience de ce qui est appris. C'est cette prise de conscience qui permet, par la suite, d'imaginer et de créer des situations nouvelles⁷.

Or, qu'est-ce qui rend possible la prise de conscience caractéristique à l'être humain? Un élément clé en est la langue. La langue joue en effet un rôle privilégié en ce sens qu'elle permet d'interpréter les autres systèmes de signes (p. ex., à l'aide de la langue, on peut interpréter un tableau, une composition musicale, une formule algébrique)⁸. De plus, elle est le seul système de signes *réflexif*, c'est-à-dire le seul système de signes qui sert à s'interpréter lui-même. La langue fonctionne comme une sorte de miroir : elle offre une *réflexion* de la réalité et, en la réfléchissant, la langue assure une prise de conscience de cette réalité, y compris celle de soi-même⁹.

Notre réponse à la question du lien entre communication et apprentissage peut être formulée comme suit : communication et apprentissage sont intimement liés. Ils sont intimement liés parce que l'apprentissage humain repose de façon cruciale sur les mécanismes de réflexion actifs qu'offre la langue.

⁵ Voir à ce sujet A. Sierpiska. (1998). "Three epistemologies, three views of classroom communication: constructivism, sociocultural approaches, interactionism". In H. Steinbring, M. Bartolini Bussi et A. Sierpiska (dirs.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (p. 30-62). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics

⁶ P. Tulviste. (1991). *The Cultural-Historical Development of Verbal Thinking*. New York: Nova Science.

⁷ Notons au passage que la prise de conscience dont nous parlons ici (par exemple la prise de conscience du concept d'équation ou de nombre négatif) ne doit pas être considérée comme le résultat d'une attitude passive. Les empiristes du XVIII^e siècle, comme Hume, croyaient que nos pensées résultaient des impressions que les objets produisaient sur nous. Kant s'est battu contre cette conception. Puisque les objets conceptuels ne peuvent pas nous « frapper » et puisque nous ne pouvons pas les « sentir », Kant voyait mal comment, dans une optique empiriste de la connaissance, on pouvait expliquer la façon avec laquelle nous sommes parvenus à connaître ce que nous savons des mathématiques, de l'esthétique, de l'éthique ou de tout autre domaine du savoir.

⁸ C'est pour cela que le linguiste Émile Benveniste disait que la langue est l'interprète de tous les systèmes de signes. Voir E. Benveniste. (1974). *Problèmes de linguistique générale II, Sémiologie de la langue*. Paris : Gallimard, p. 43-66.

⁹ En commentant une idée du philologue russe Alexandre Potebnia, Vygotski disait que « le langage est un moyen pour se comprendre soi-même ». L. Vygotski. (1985). *Pensée et langage*. Paris : Éditions sociales, p. 189.

Mais ce serait une erreur de réduire l'apprentissage aux mécanismes de réflexion facilités par la langue. La langue, comme disait Leont'ev, n'est pas un démiurge¹⁰. Dans la perspective que nous proposons, la prise de conscience qui sous-tend l'apprentissage a lieu à l'intérieur de processus sociaux de production de sens. Outre la langue, trois éléments fondamentaux participent aux processus de production de sens :

- l'activité kinesthésique qui accompagne l'apprentissage (actions, gestes, mouvement corporel);
- le recours à des symboles mathématiques variés;
- les outils technologiques que l'élève utilise dans son apprentissage.

Même si l'activité kinesthésique, les symboles mathématiques et les outils technologiques n'offrent pas le même niveau de réflexivité que la langue, ils contribuent de façon décisive à la formation et à l'appropriation du savoir¹¹.

Il en découle que la communication, entendue comme activité sociale et culturelle médiatisée par la langue, les symboles scientifiques et les outils technologiques, apparaît comme l'un des moyens privilégiés d'appropriation du savoir. En participant à une discussion avec ses pairs et l'enseignante ou l'enseignant, l'élève acquiert une conscience de plus en plus nette des objets d'apprentissage. Mais il ne faudrait pas penser que l'apprentissage consiste à saisir les objets conceptuels comme on saisit un objet concret, telle une pomme. En effet, l'objet mathématique ne peut être saisi que si l'on saisit en même temps les formes de raisonnement et d'argumentation qui lui sont concomitantes.

3. La communication efficace

Le dernier commentaire nous amène au problème des caractéristiques que doit posséder une communication pour qu'il y ait un apprentissage effectif. S'il est vrai que la communication est essentielle à l'apprentissage, cela ne veut pas dire que n'importe quelle communication est efficace. Pour bien distinguer les communications qui sont intéressantes du point de vue de l'enseignement et de l'apprentissage, nous proposons de garder présent à l'esprit le principe suivant.

Principe de la relation entre concept et raisonnement :

La relation qui existe entre concept et raisonnement est une relation d'interdépendance cognitive.

Cela veut dire que les concepts mathématiques (p. ex., les nombres, les figures géométriques, la probabilité) prennent un sens au moment de leur insertion dans certaines formes de raisonnement. Ainsi, quand on demande à un élève de 4^e année de comparer la probabilité entre deux événements, le concept de probabilité émerge de son inclusion dans un raisonnement qui exprime un certain type de comparaison. En contrepartie, pour se faire, le raisonnement doit prendre appui sur un concept, même si

¹⁰ A. N. Leont'ev. (1961). "Learning as a problem in psychology". In *Recent Soviet Psychology*, N. O'Connor (dir.) (p. 227-246). New York: Liveright.

¹¹ Voir L. Radford, S. Demers, J. Guzmán and M. Cerulli. (2003). "Calculators, graphs, gestures, and the production of meaning". In N. Pateman, B. Dougherty and J. Zilliox (dirs.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME27 – PMENA25)*, vol. 4, p. 55-62. Voir aussi F. Arzarello and O. Robutti. (2001). "From body motion to algebra through graphing". In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent and J. Vincent (dirs.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference*, The University of Melbourne, Australia, Vol. 1, p. 33-40.

celui-ci n'est qu'en émergence. Le savoir mathématique, en général, émerge de la relation mutuelle entre le raisonnement employé et le concept recherché. En d'autres mots, il ne peut pas y avoir de concept sans raisonnement, comme il ne peut pas y avoir de raisonnement sans concept.

En nous appuyant sur le principe précédent de la relation interdépendante entre concept et raisonnement, nous pouvons dire que les communications efficaces sont celles qui fourniront des occasions d'échange et de réflexion entre élèves et entre élèves et enseignante ou enseignant en sollicitant une analyse critique de la pertinence et de l'exactitude des raisonnements utilisés. Nous reviendrons sur ce point au chapitre 3, quand nous discuterons des stratégies pédagogiques pour favoriser la communication en salle de classe. Entre-temps, nous pouvons résumer notre approche didactique à la communication de la manière suivante :

La communication en classe de mathématiques est un moyen indispensable et incontournable d'apprentissage. Mais pour être efficace, la communication doit favoriser le recours à des raisonnements et à des argumentations mathématiques se rapportant aux concepts visés.

Dans l'approche que nous proposons, la communication n'est donc pas simplement quelque chose d'accessoire à l'apprentissage. Au contraire, la communication est conçue comme faisant partie du cheminement graduel qui permet à l'élève de saisir et de s'appropriier les contenus conceptuels mathématiques à l'intérieur de processus sociaux de production de sens. Elle tient compte du fait que les contenus conceptuels et les raisonnements mathématiques véhiculés dans la communication sont saisis ou appris en fonction des capacités cognitives des élèves à un moment donné de leur scolarisation.

Or, dans la mesure où la participation à la communication en salle de classe sollicite de l'élève qu'elle ou il soit en mesure de mobiliser des formes de raisonnements et d'argumentations appropriées et dans la mesure où elle sollicite également de l'élève son insertion dans les processus sociaux de production de sens et l'adoption de comportements discursifs de nature sociale (comme savoir écouter), la communication peut être considérée comme une *compétence* que les élèves développent de façon progressive.

Dans le chapitre qui suit, nous étudions la communication en tant que compétence; nous y abordons le problème des critères qu'on peut se donner afin de déterminer le niveau de compétence acquis par un élève en matière de communication.



4. Pour en savoir plus...

- Bartolini Bussi, M. (1998). "Verbal interaction in the mathematics classroom: a vygotskian analysis". In H. Steinbring, M. Bartolini Bussi and A. Sierpiska (dirs.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. p. 65-84. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Brudnak, K. (1998, January/February). "Math communication". *Learning*, 28 (4), 38-49.
- Cawley, J., and R. Reines. (1996, Winter.) "Mathematics as communication". *Teaching Exceptional Children*, 28 (2), 29-34.
- Cotton, T., L. Cox, A. Gammon, R. Goldstein, F. Monaghan, C. Morgan, T. Robin, A. Watson, H. Wright and W. Willson. (1997, June). "Communicating Mathematics". *Mathematics Teaching*, 159, 38-41.
- D'Entremont, Y. (1995). « Communiquer en mathématiques? Pourquoi pas? » *Vie pédagogique*, n° 95, septembre-octobre 1995, p. 12-14.
- Huinker, D., and C. Laughlin. (1996). "Talk your way into writing". In P. Elliott and M. Kenney, *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, 1996 Yearbook (p. 81-88). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Mcnair, R. (2000). "Working in the Mathematics frame: maximizing the potential to learn from students' Mathematics classroom discussions". *Educational Studies in Mathematics*, 42, 197-209.
- Muth, D. (1997, January-March). "Using cooperative learning to improve reading and writing in Mathematical problem solving". *Reading & Writing Quarterly*, 13 (1), 71-83.
- Pallascio, R. 1994. « Expliquer un mot de mathématique, c'est entrer dans les mathématiques ». *Vie pédagogique*, n° 87, janvier-février 1994, p. 41-45.
- Pratt, N. (2002, December). "Mathematics as thinking". *Mathematics Teaching*, 181, 34-37.
- Schoen, H., D. Bean and S. Ziebarth. (1996). "Embedding communication throughout the Curriculum". In P. Elliott et M. Kenney (dirs.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, 1996 Yearbook (p. 171-179). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Seeger, F. (1991). "Interaction and knowledge in mathematics education". *Recherche en didactique des Mathématiques*, 11 (2-3), 125-166.
- Siegel, M., and R. Borasi. (1992, Spring). "Toward a new integration of reading in Mathematics instruction". *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 14 (2), 18-36.

- Voigt, J. (1995). “Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms”. In P. Cobb and H. Bauersfeld (dirs.), *The Emergence of Mathematical Meaning, Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum Associates, p. 163-201.
- Voigt, J. (1998). “The culture of the mathematics classroom: Negotiating the mathematical meaning of empirical phenomena”. In F. Seeger, J. Voigt and U. Waschescio (dirs.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press, p. 191-220.